مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - نشر - توثيق

دفتر الفصل للصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني

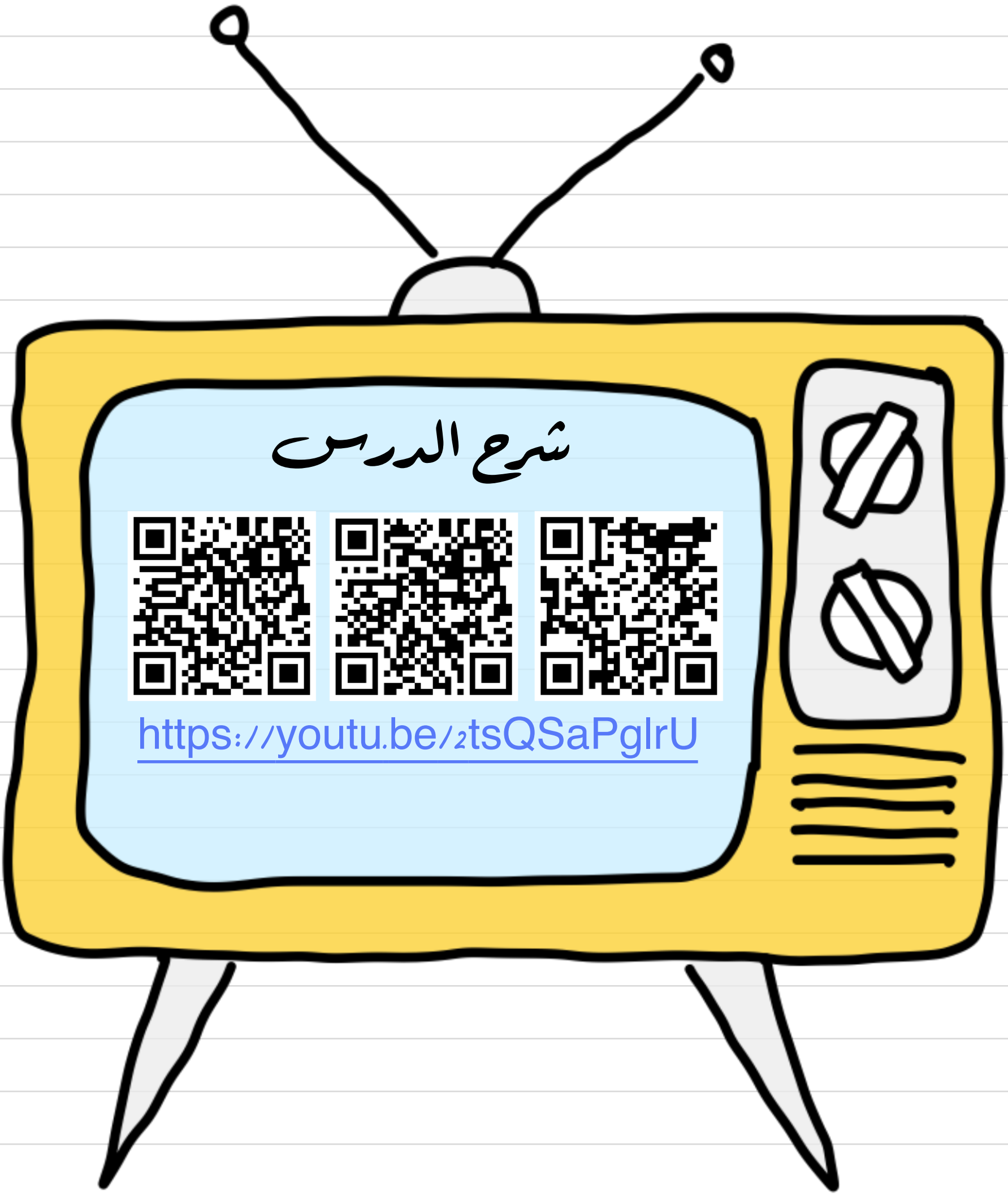
الإسم :

الصف الثالث / ...

اسم المعلم / ـة

.....

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً



تمهيد

بعض طرق إيجاد الميل :

بمعلومية نقطتين :

مثال : أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (٦ ، ١٤)

بمعلومية صيغة الميل والمقطع :

مثال : أوجد ميل المستقيم الذي معادلته : ص = ٤س - ٩

بمعلومية صيغة الميل والنقطة :

مثال : أوجد ميل المستقيم الذي معادلته : ص - ٣ = ٦ (س + ٥)

بمعلومية الصورة القياسية:

مثال : أوجد ميل المستقيم الذي معادلته : ٢س + ٨ص = ٣

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

نظام من معادلتين خطيتين { ص= ٤س +١٥٠٠ ، ص= ١٠ س }

قيمة س، ص تمثل زوجاً مرتباً (س ، ص) هو حل النظام

حل النظام

هو نقطة تقاطع مستقيماته

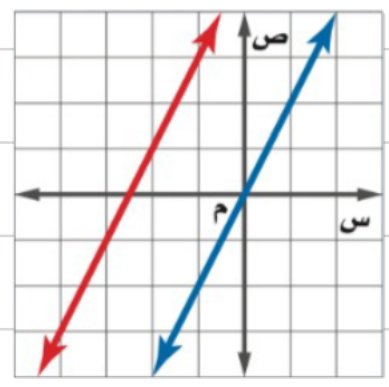
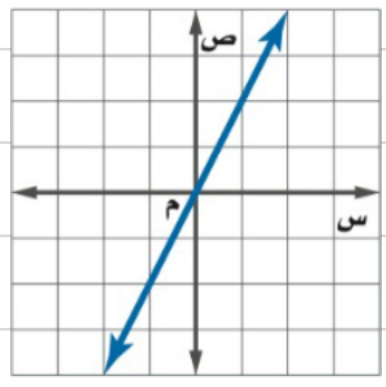
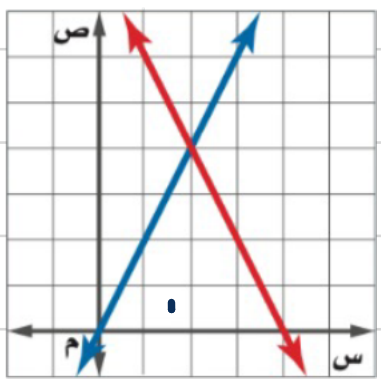
متسق : للنظام حل

غير متسق : ليس للنظام حلول

مستقل : للنظام حل واحد

غير مستقل : للنظام عدد لا نهائي من الحلول

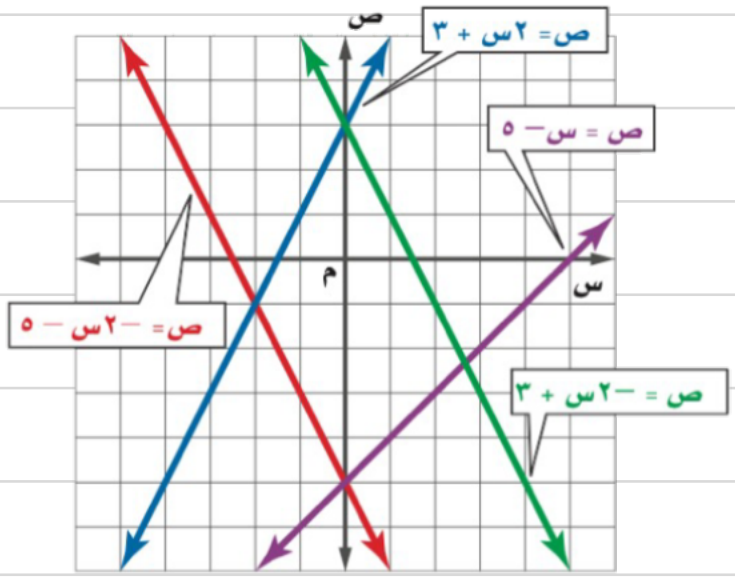
مفهوم أساسي — الحلول الممكنة — أضف إلى مطويتك

عدد الحلول	لا يوجد حل	عدد لا نهائي	واحد فقط
المصطلح	غير متسق	متسق وغير مستقل	متسق ومستقل
التمثيل البياني			

ملاحظة هامة : ممكن معرفة نوع النظام وعدد حلوله من خلال الميل

مثال ١ عدد الحلول

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان النظام الآتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل.



أ) ص = −٢س + ٣

ص = س − ٥

ب) ص = −٢س − ٥

ص = −٢س + ٣

تحقق من فهمك

١أ) ص =٢س+٣

ص= −٢س +٣

١ب) ص= س −٥

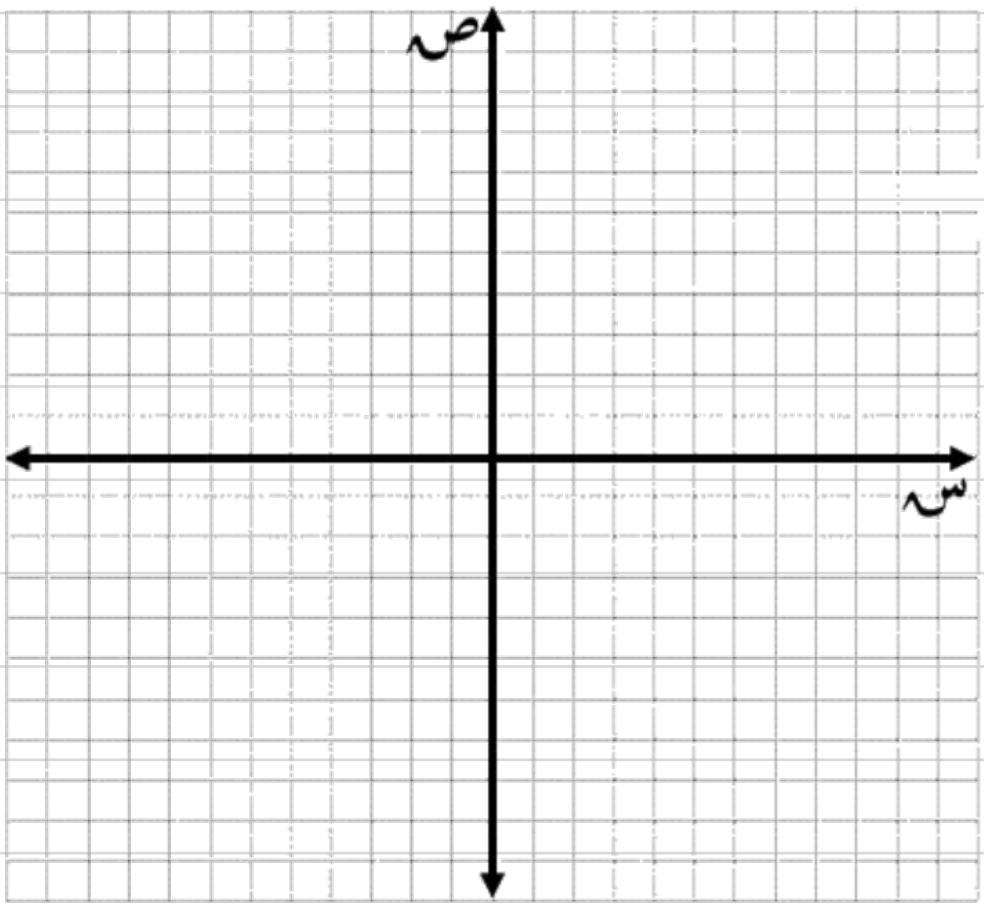
ص= −٢س −٥

مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

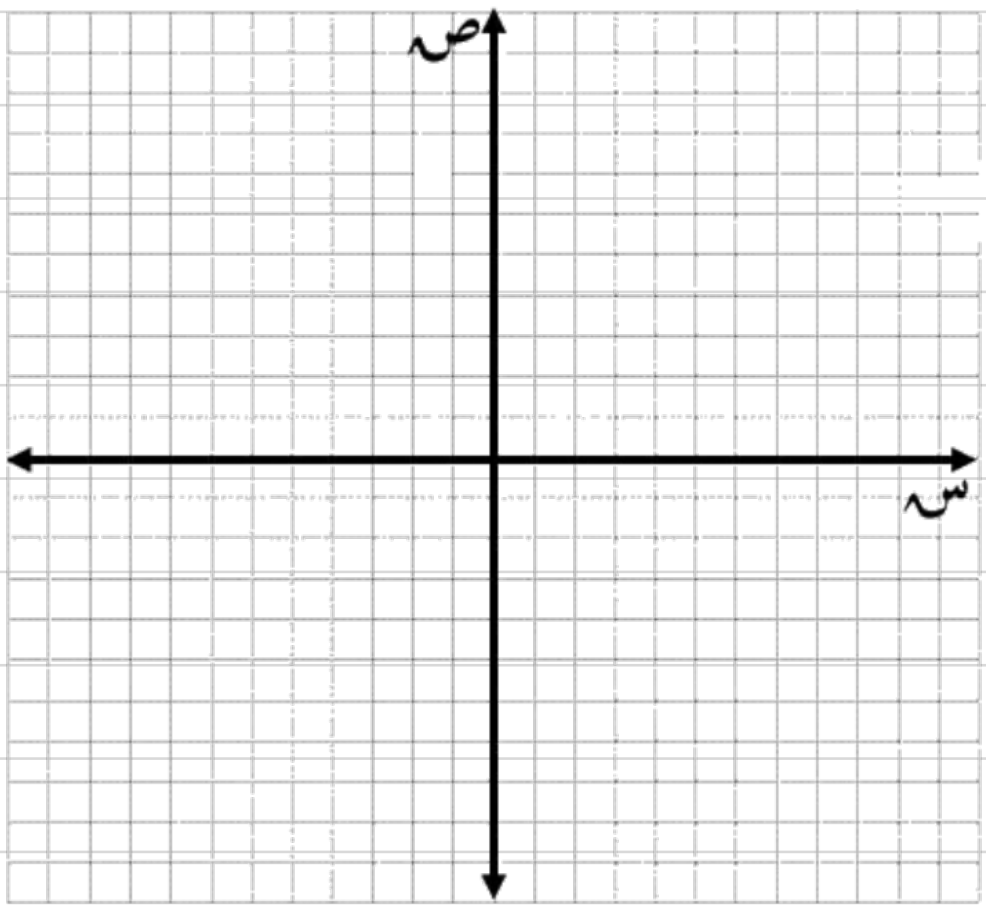
أ) ص = −٣س + ١٠

ص = س − ٢



ب) ص = −٢س − ٥

ص = −٢س + ٣

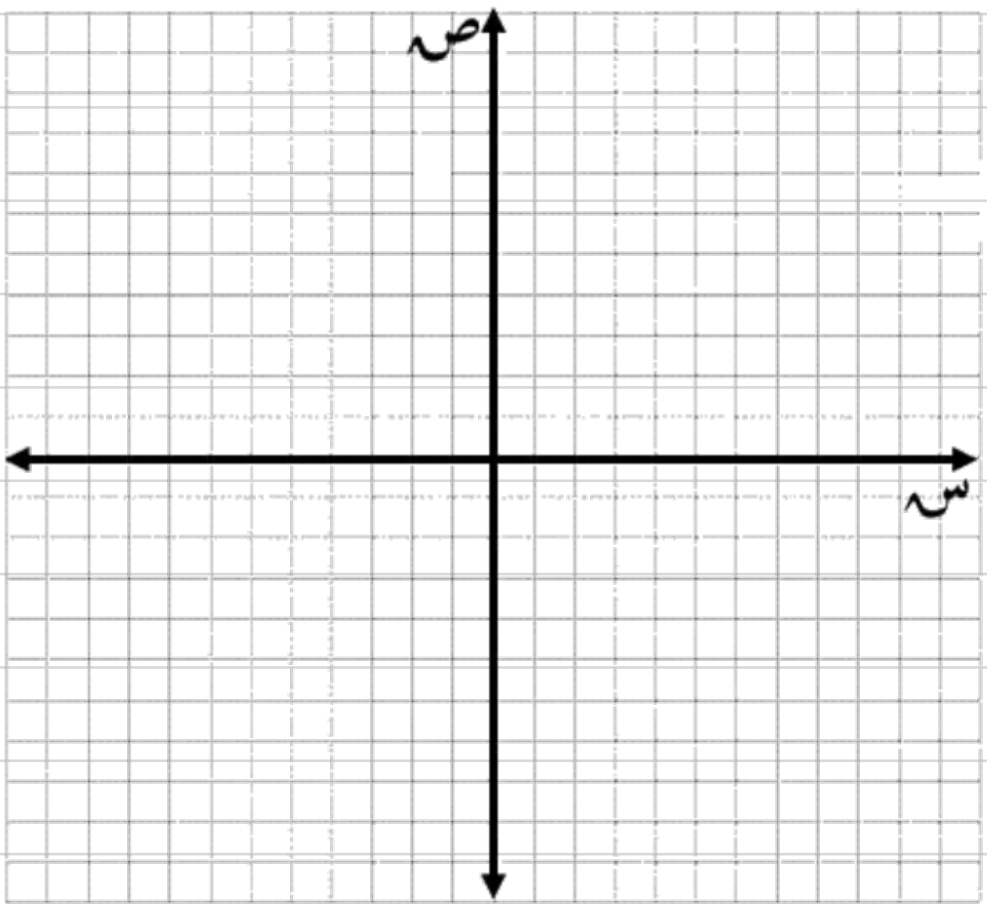


تحقق من فهمك

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

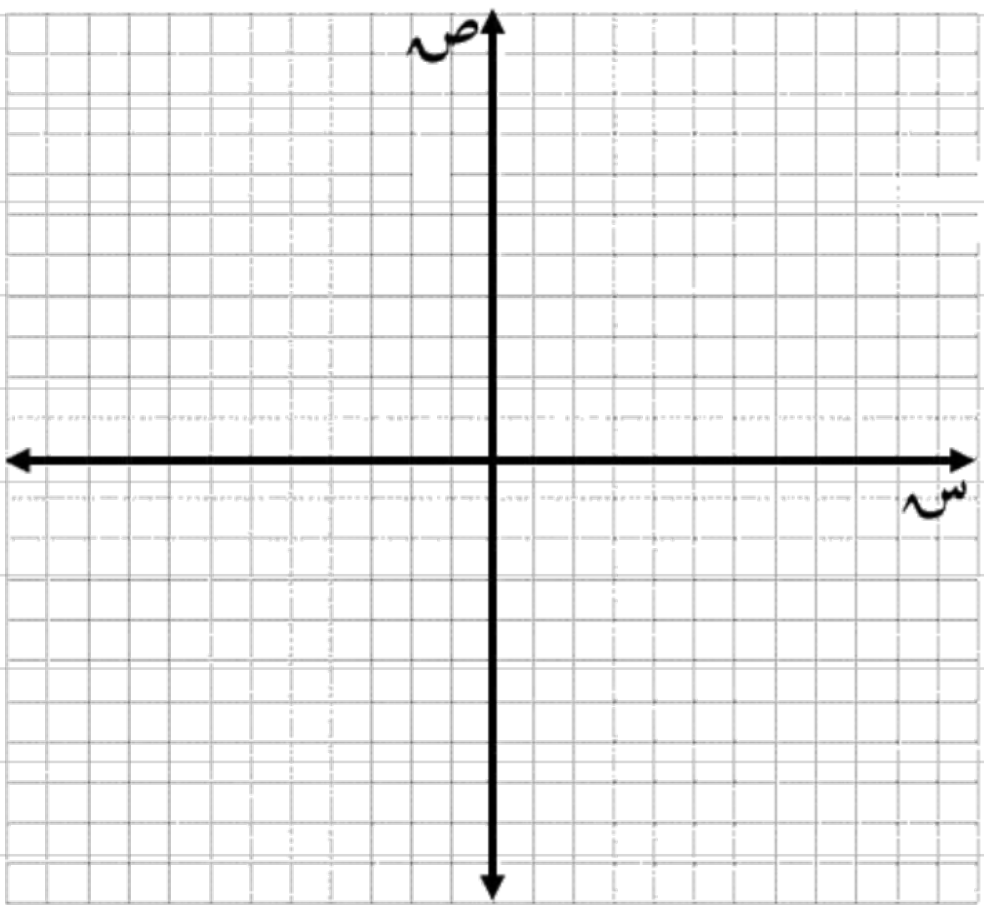
٢أ) س − ص = ٢

٣ص + ٢س = ٩



٢ب) ص = −٢س − ٣

٦س + ٣ص = −٩

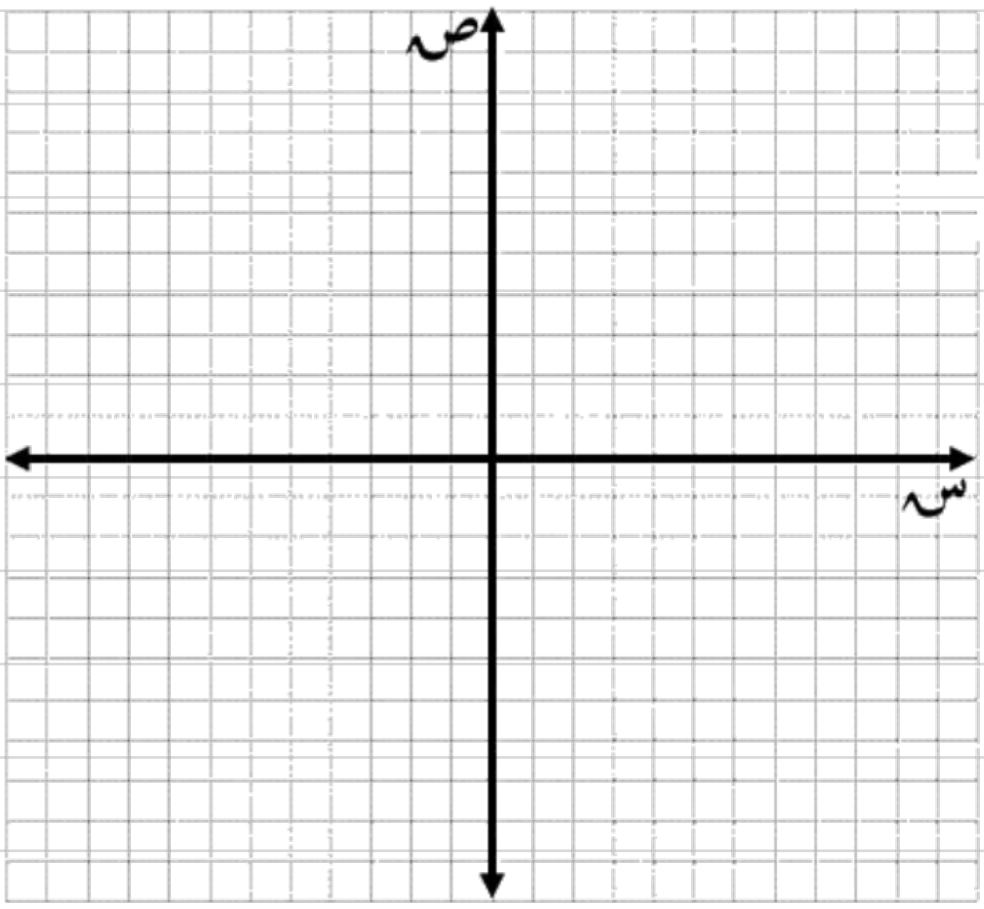


مثال ٣ من واقع الحياة

كتابة نظام من معادلتين وحلّه

٣) **ساعات:** يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه:



س + ص = ٤

٣س + ٣ص = ١٢

هوايات: يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًّا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

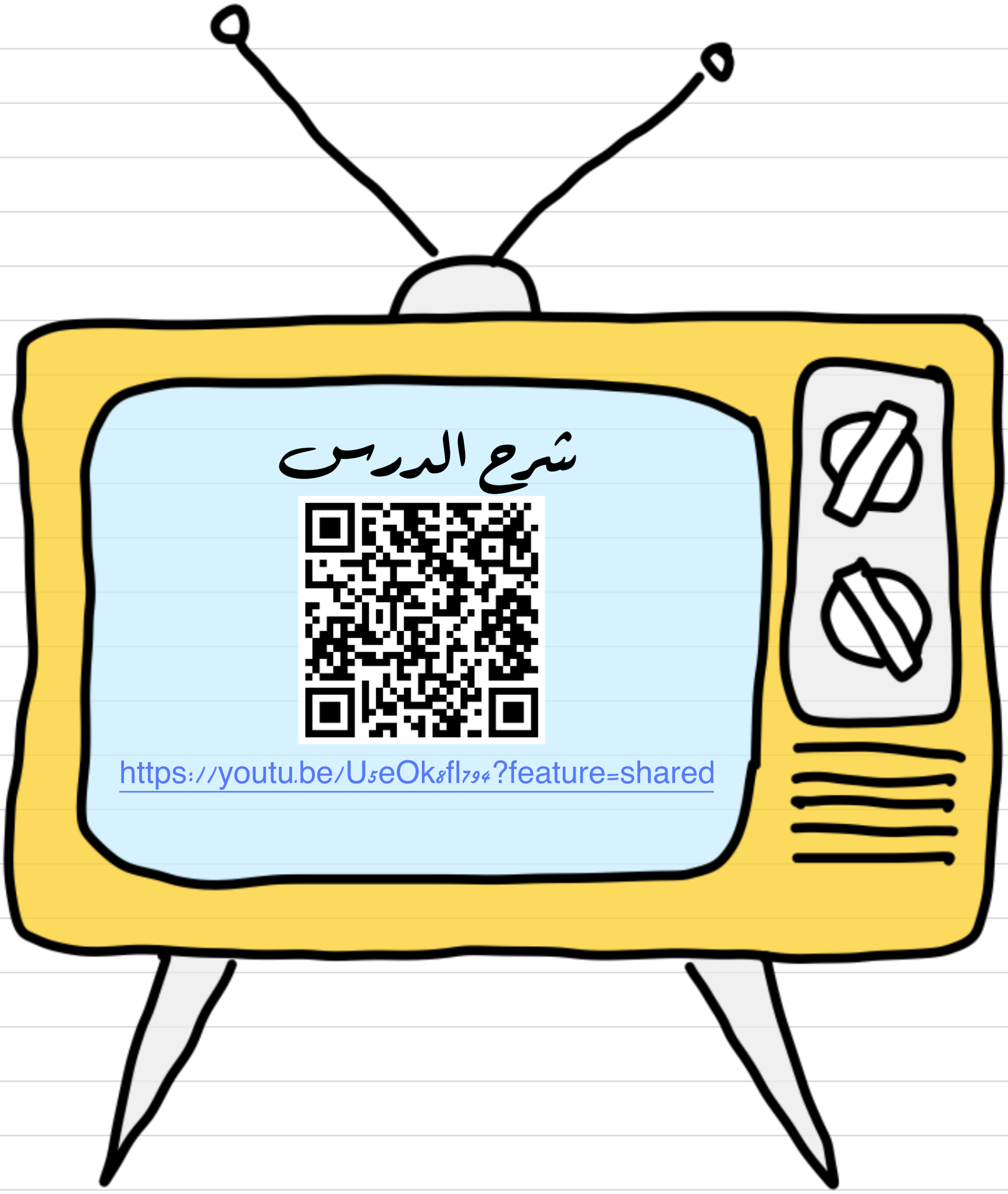
فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

بعد كم أسبوع يصبح لدى كلٍ منهما العدد نفسه من الطوابع

هامش

التاريخ

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض



استعمل التعويض لحل النظام الآتي :

ص = ٢س + ١

٣س + ص = -٩

تحقق من فهمك

ص = ٤س - ٦

٥س +٣ص = -١

٢س + ٥ص = -١

ص = ٣س + ١٠

الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س − ٤ص = ٢٨

تحقق من فهمك

٤س + ٥ص = ١١

ص − ٣س = −١٣

مثال ٣ عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

تحقق من فهمك

٢س − ص = ٨

ص = ٢س − ٣

مثال ٤ من واقع الحياة

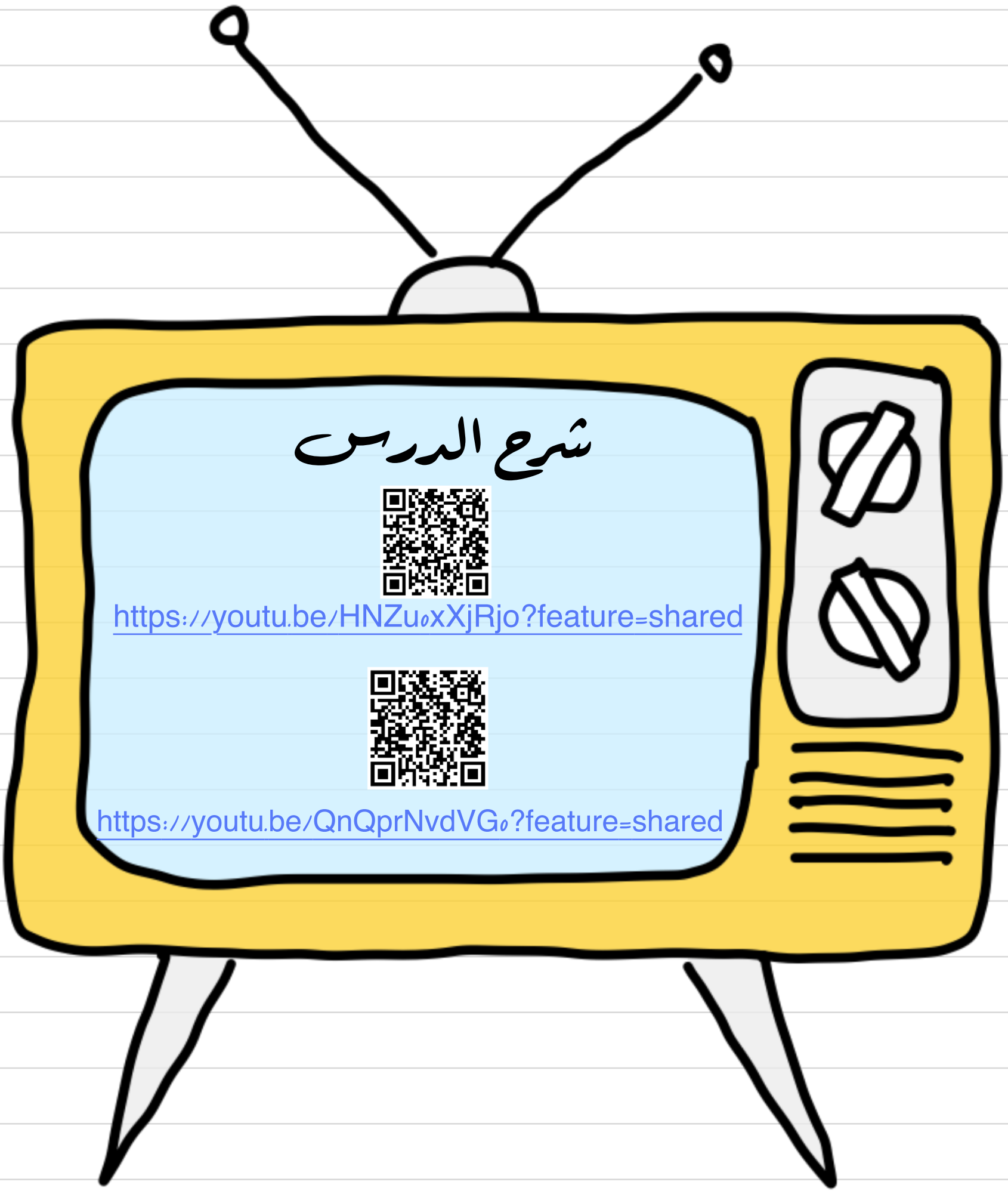
كتابة نظام من معادلتين وحله

رياضة : مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عددُ نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

هامش

التاريخ

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع والطرح



مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الحل بالحذف

الخطوة ١: اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

مثال ١

الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

$$٣س - ٦ص = ٣$$

تحقق من فهمك

$$-٤س + ٣ص = -٣$$

$$٤س - ٥ص = ٥$$

مثال ٢ كتابة نظام من معادلتين وحله

عددان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه خمسة أمثال الثاني يساوي −١١، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه سبعة أمثال الثاني يساوي −١ . فما العددان؟

تحقق من فهمك

أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي −١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

عددان مجموعهما ٤٨ والفرق بينهما ٦ فما هما ؟

الحذف باستعمال الطرح

حل النظام: ٥ر + ٢ت = ٦

٩ر + ٢ت = ٢٢

حل النظام: ٨ب + ٣جـ = ١١

٨ب + ٧جـ = ٧

مثال ٤ من واقع الحياة

كتابة نظام من المعادلات وحله

حفلات: أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود ، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصًا دعا كل منهما؟

طلاب: يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

هامش

التاريخ

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

باعت مكتبة ٧٠ قلمًا بمبلغ ٢٦٠ ريالًا. وبناءً على القائمة أدناه يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين لإيجاد عدد الأقلام المبيعة من كل نوع:

قلم حبر	٤ ريالات
قلم رصاص	ريالان

مثال ١ ضرب معادلة لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل المعادلتين:

$$٥س + ٦ص = -٨$$

$$٢س + ٣ص = -٥$$

استعمل الحذف لحل المعادلتين :

٦س – ٢ص = ١٠

٣س – ٧ص = –١٩

٩ر + ك = ١٣

٣ر + ٢ك = –٤

مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل المعادلتين الآتيتين مستعملًا الحذف :

٤س + ٢ص = ٨

٣س + ٣ص = ٩

حل النظام التالي بالنسبة للمتغير س

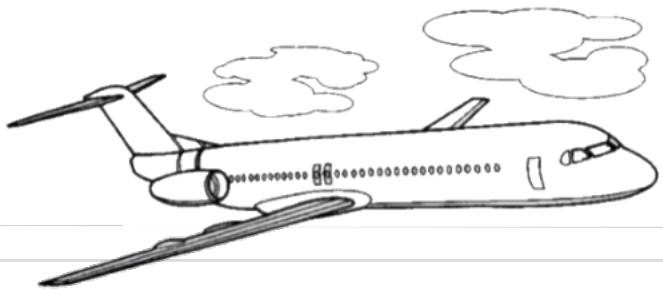
٥س − ٣ص = ٦

٢س + ٥ص = −١٠

مثال ٣ من واقع الحياة

كتابة نظام من معادلتين وحله

طيران: تطير طائرة في اتجاه الريح بمعدل ٥٢٠ ميلًا في ٤ ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق ٥ ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.



ليكن أ = معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

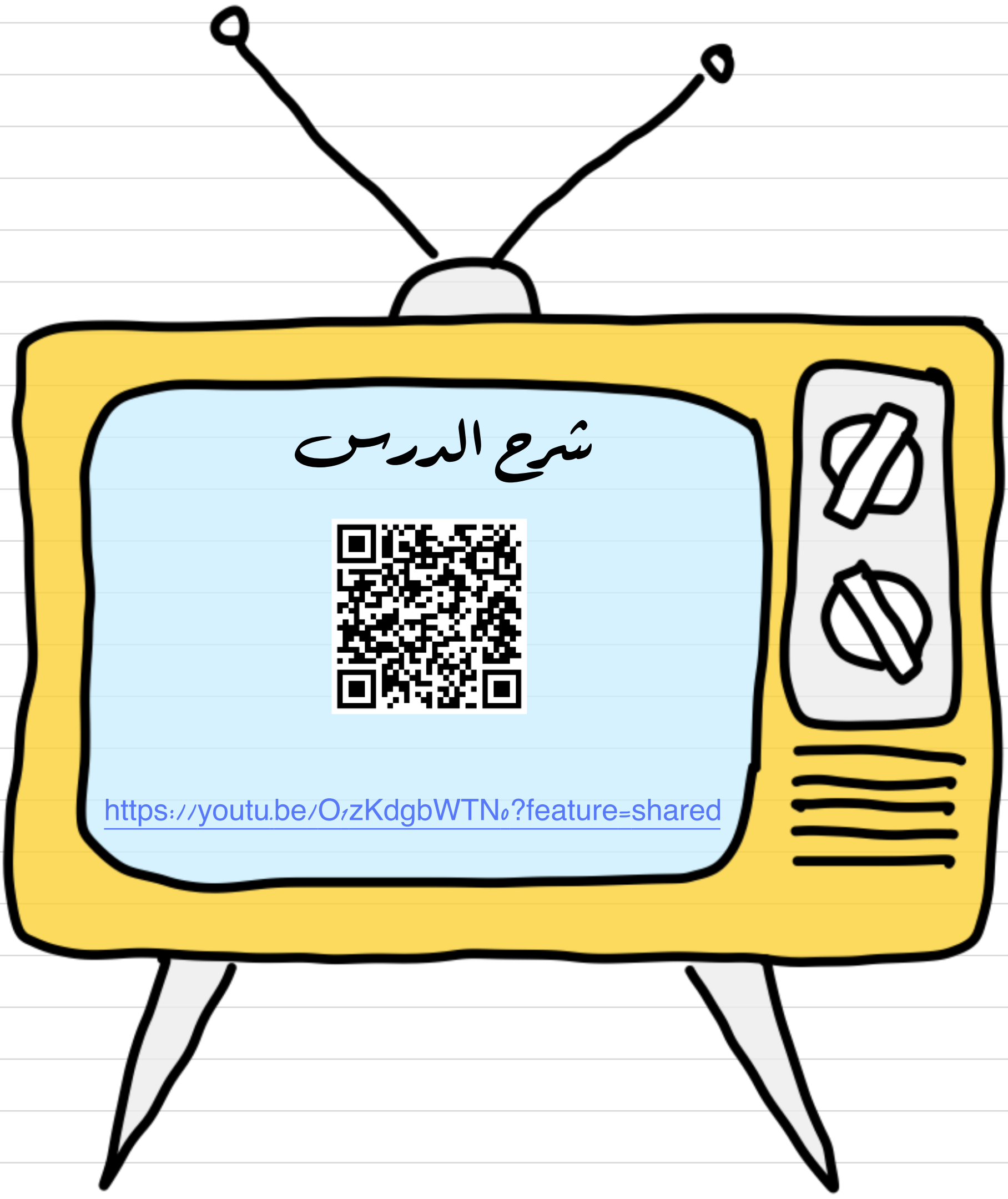
و = معدل سرعة الريح.

زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

هامش

التاريخ

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين



تطوع: تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوعًا يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي — حل نظام مكون من معادلتين خطيتين

أضف إلى مطويتك

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًّا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو −١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعيًّا للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (−١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادة تعد أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

مثال ١ اختيار أفضل طريقة

حدد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

٤س − ٤ص = ٨

−٨س + ص = ١٩

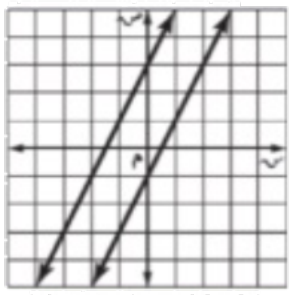
٥س + ٧ص = ٢

−٢س + ٧ص = ٩

س − ص = ٩

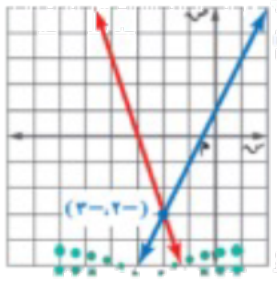
٧س + ص = ٧

١- نوع النظام الممثل في الشكل المجاور :



أ) متسق ومستقل	ب) غير متسق	ج) متسق وغير مستقل	د) متسق

٢- نوع النظام الممثل في الشكل المجاور :



أ) متسق ومستقل	ب) غير متسق	ج) متسق وغير مستقل	د) متسق

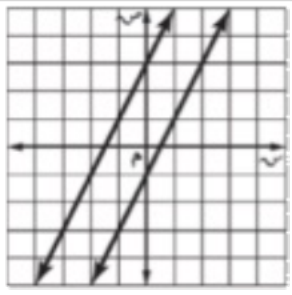
٣- النظام الذي له عدد لانهائي من الحلول هو النظام :

أ) المتسق المستقل	ب) المتسق الغيرمستقل	ج) الغير متسق	د) المتسق

٤- النظام الذي ليس له حل هوالنظام :

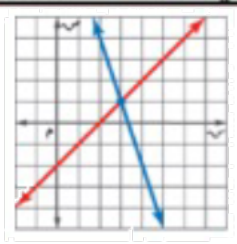
أ) المتسق المستقل	ب) المتسق الغيرمستقل	ج) الغير متسق	د) المتسق

٥- عدد حلول النظام الممثل في الشكل المجاور :



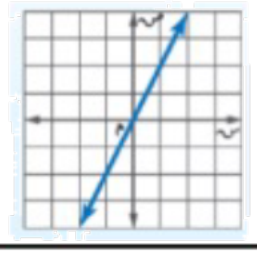
أ) صفر	ب) حل واحد	ج)حلان	د) عدد لانهائي من الحلول

٦- عدد حلول النظام الممثل في الشكل المجاور :



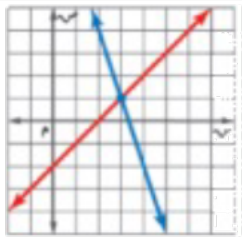
أ) صفر	ب)حل واحد	ج)حلان	د) عدد لانهائي من الحلول

٧- عدد حلول النظام الممثل في الشكل المجاور :



أ) صفر	ب) حل واحد	ج)حلان	د) عدد لانهائي من الحلول

٨- حل النظام المرسوم في الشكل المجاور :

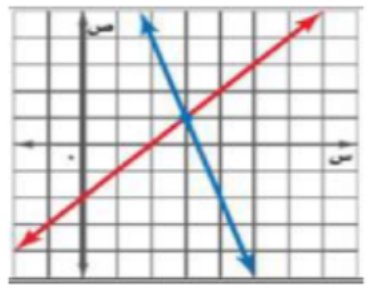


أ) (١،٣)	ب) (٣،١)	ج) (١،-٣)	د) (-٣،١)

٩- العبارة (عددان مجموعهما ٢٤ ، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢) يعبر عنها بالنظام :

أ) س = ص+٢٤ ٥س-ص=١٢	ب) س+ص =٢٤ ص=٥س+١٢	ج) س+ص =٢٤ ٥س- ص =١٢	د) ص = س+٢٤ ٥س-ص=١٢

١٣) حل النظام المبين في الشكل المقابل :



أ) (١ ، ٣)
ب) (٣ ، ١)
ج) عدد لانهائي من الحلول
د) ϕ

١٤)الزوج المرتب الذي يمثل حلا للنظام ص= ٢س + ١
٢س + ص = ٩

أ) (١ ، ٤)
ب) (٢ ، ٤)
ج) (٢ ، ٥)
د) (-١ ، ٥)

١٥) حل النظام ص + ز = ٤
ص – ز = ٨

أ) (٤ ، ٥)
ب) (٦ ، -٢)
ج) (-٧ ، ١)
د) (١ ، ١)

١٦) أفضل طريقة لحل النظام ٤س +٢ص = ٢٨
٤س – ٣ص = ١٨

أ) التعويض
ب) الحذف بالجمع
ج) الحذف بالطرح
د) الحذف بالضرب

١٧) أفضل طريقة لحل النظام ٥س +٢ص = ٨
٤س – ٢ص = -٦

أ) التعويض
ب) الحذف بالجمع
ج) الحذف بالطرح
د) الحذف بالضرب

١٨) أفضل طريقة لحل النظام ٢س +٣ص = -١١
-٨س – ٥ص = ٩

هي الحذف بالضرب .

أ) صح
ب) خطأ

١٩) حل النظام ٢س +٧ص=١
س+٥ص=٢

أ) (-١ ، ٣)
ب) (٣ ، -١)
ج) (-٣ ، ١)
د) (-٣ ، -١)

٢٠) أي الطرائق التالية مناسبة لحل النظام
٢ك+٣ب=١٠
-٤ك -٢ب= -١٢ بالحذف بالضرب
أ) ضرب المعادلة الأولى في (-٢)ثم الجمع لحذف ك
ب) ضرب المعادلة الأولى في (-٢)ثم الجمع لحذف ب
ج) ضرب المعادلة الأولى في (٢)ثم الجمع لحذف ك
د) ضرب المعادلة الأولى في (٢)ثم الجمع لحذف ب

٢١) نستخدم الحذف بالجمع لحل النظام إذا كان معامل أحد المتغيرات معكوسًا جمعيًا للآخر .

أ) صح
ب) خطأ

٢٢) نستخدم الحذف بالطرح لحل النظام إذا كان معاملا أحد المتغيرات متساويان .

أ) صح
ب) خطأ

٢٣) مع خالد أوراق نقدية من فئة الريال وأوراق نقدية من فئة ٥ ريالات ، عدد الأوراق النقدية من الفئتين ٦ أوراق وقيمتها الكلية ٢٢ ريال .
النظام الذي يعبر عن هذه المعلومات هو

أ) س + ص = ٦
س + ٥ص = ٢٢
ب) س + ص = ٦
س + ص = ٢٢
ج) س + ص = ٢٢
س + ٥ص = ٦
د) س + ٥ص = ٦
س + ٥ص = ٢٢

٢٤) قيمة ف في النظام - ف + و = ٧
ف + و = ١

أ) ٤
ب) ٣
ج) -٣
د) -٤

٢٥) قيمة س في النظام ٤س + ٦ص =٣٢
٣س – ٦ص = ٣

أ) ٣
ب)-٥
ج) ٥
د)٧

٢٦) اشترى محمد ٣كتب و قلمين بمبلغ ٣٤ريال ، واشترى خالد كتاب و ٥ أقلام بمبلغ ٢٠ ريالًا.
النظام الذي يعبر عن هذه المعلومات هو

أ) ٣ك + ق = ٣٤
٥ك + ٢ق = ٢٠
ب) ٣ك + ٢ق = ٣٤
ك + ٥ق = ٢٠
ج) ك + ق = ٣٤
٥ك + ٣ق = ٢٠
د) ٣ك + ٢ق = ٢٠
ك + ٥ق = ٣٤

إذا كانت : س + ص = ٥ ، ص + ع = ١٠ ، ع + س = ١٥

فما قيمة س + ص + ع ؟

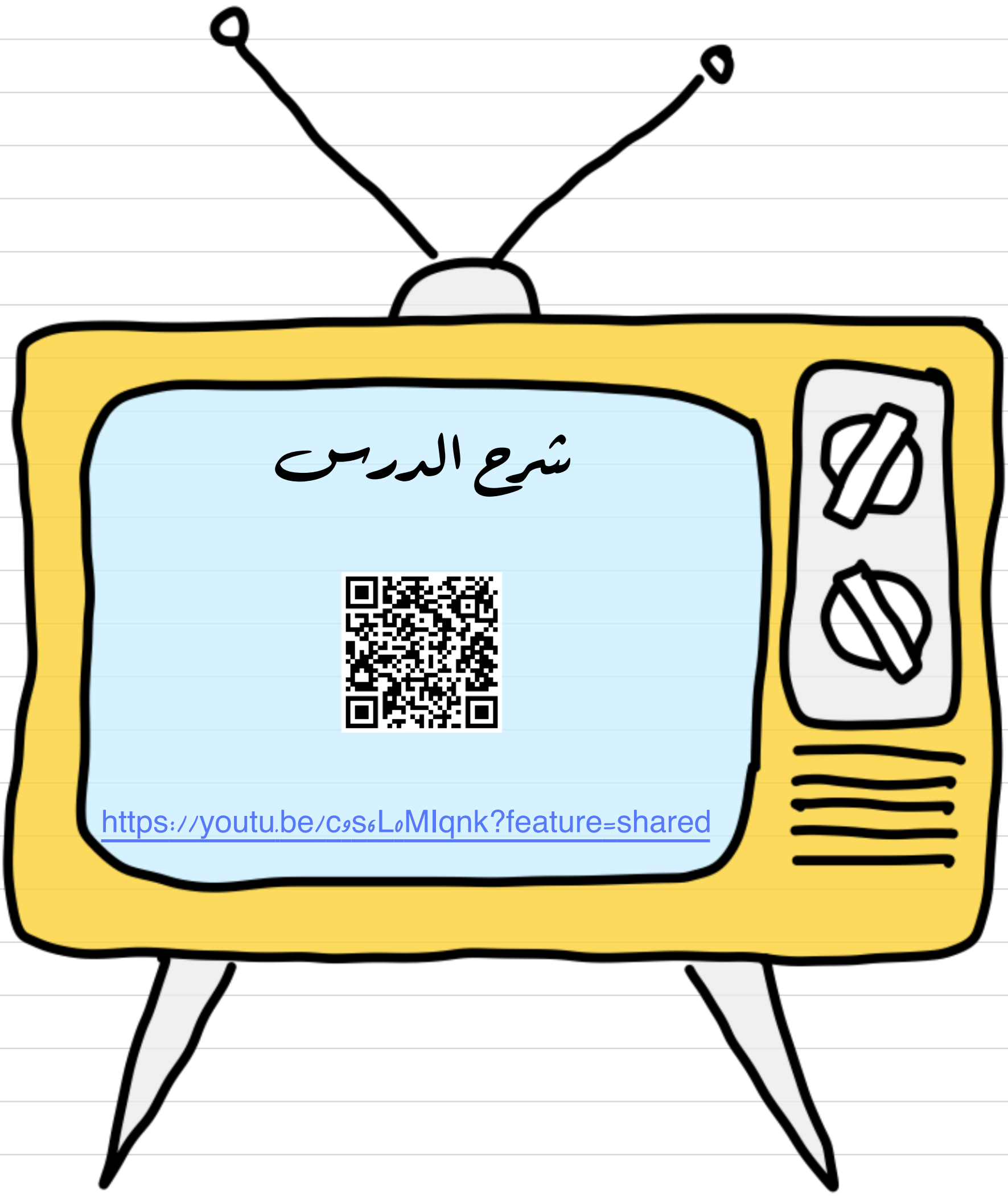
عددان مجموعهما ١٠٢ والفرق بينهما ٥٦ فما هو العدد الأكبر ؟

عددان مجموعهما ١٤٦ والفرق بينهما ٥٨ فما هو العدد الأصغر ؟

هامش

التاريخ

ضرب وحيدات الحد



وحيدات الحد :

عبارة رياضية إما أن تكون عدداً مثل : ٥ ، -٤ ، ١١ ، $\sqrt{٧}$

أو متغيراً مثل : س ، ص ، ك

أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وتكون من حد واحد مثل : ٣س^{٢} ص^{٣} ع^{٦}

الثابت : هو وحيدة حد تمثل عدداً حقيقياً مثل : ٨ ، -٩ ، ...

٣س تمثّل عبارة خطية . السبب ( )

٤س^{٢} لا تمثل عبارة خطية . السبب ( )

مثال ١ تمييز وحيدات الحد

حدِّد إذا كانت العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك:

أ) ١٠

ب) ف + ٢٤

جـ) هـ^{٢}

د) ل

تحقق من فهمك

حدد إذا كانت العبارات التالية وحيدة حد أم لا .

أ) $-س + ٥$

ب) $٣ أ ب جـ د^{٢}$

جـ) $\frac{س ص ع^{٢}}{٢}$

د) $\frac{م ف}{ن}$

أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي

ضرب القوى

التعبير اللفظي: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه، اجمع أُسَّيهِما.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ؛ وأي عددين صحيحين م ، ن فإن: $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م + ن}$.

أمثلة: $ب^{٣} \times ب^{٥} = ب^{٣+٥} = ب^{٨}$ $\quad$ $جـ^{٤} \times جـ^{٦} = جـ^{٤+٦} = جـ^{١٠}$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

أ) $(٦ن^{٣})(٢ن^{٧})$

ب) $(٣ب هـ^{٣})(ب^{٣} هـ^{٤})$

تحقق من فهمك

أ) $(٣ص^{٤})(٧ص^{٥})$

ب) $(-٤ر٢ س^{٢} ن^{٣})(-٦ر٥ س^{٢} ن)$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قوة القوة

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة القوة، اضرب الأسس.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ؛ وأي عددين صحيحين م ، ن فإن $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

أمثلة: $(ب^{٣})^{٥} = ب^{٣ \times ٥} = ب^{١٥}$ $(جـ^{٦})^{٧} = جـ^{٦ \times ٧} = جـ^{٤٢}$

مثال ٣ قوة القوة

بسّط العبارة : $[(٢^{٣})^{٢}]^{٤}$.

$[(٢^{٢})^{٢}]^{٤}$

$[(٣^{٣})^{٢}]^{٢}$

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي

قوة حاصل الضرب

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة حاصل الضرب، أوجد قوة كل عامل.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد صحيح ن، فإن: $(أب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$.

مثال: $(-٢س ص^{٣})^{٥} = (-٢)^{٥} س^{٥} (ص^{٣})^{٥} = -٣٢ س^{٥} ص^{١٥}$.

مثال ٤

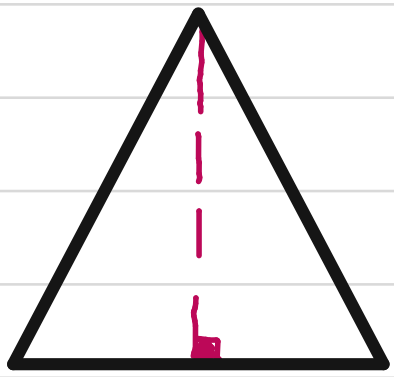
قوة حاصل الضرب

هندسة: عبّر عن مساحة الدائرة على صورة وحيدة حد.

تحقق من فهمك

عبّر عن مساحة المربع الذي طول ضلعه ٣س ص^{٢} على صورة وحيدة حد

عبّر عن مساحة المثلث الذي ارتفاعه ٤أ وطول قاعدته ٥أب^{٢} على صورة وحيدة حد



مفهوم أساسي

تبسيط العبارات

أضف إلى مطويتك

لتبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد، اكتب عبارة مكافئة لها على أن:

- يظهر كل متغير على صورة أساس مرة واحدة فقط.
- لا تتضمن العبارة قوة قوة.
- تكون جميع الكسور في أبسط صورة.

مثال ٥

تبسيط العبارات

بسّط العبارة : $(٣س ص^{٤})^{٢}[(-٢ ص)^{٢}]^{٣}$.

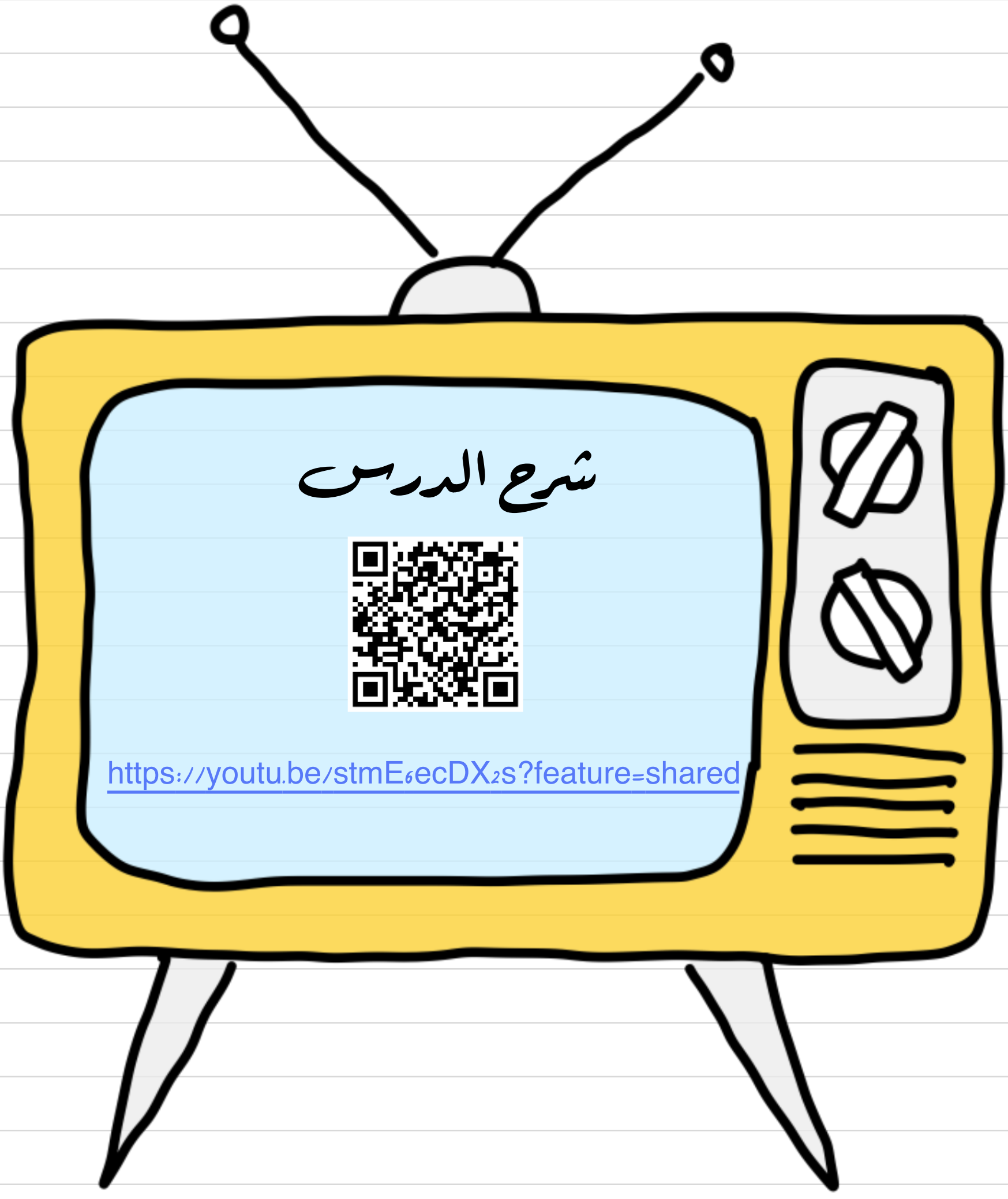
تحقق من فهمك

بسّط العبارة : $\left(\frac{١}{٢}أ^{٢}ب^{٢}\right)^{٣}[(-٤ب)^{٢}]^{٢}$.

تمامش

التاريخ

قسمة وحيدات الحد



مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قسمة القوى

التعبير اللفظي: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أُسَّيِّهما (أس البسط – أس المقام).

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ≠ ٠؛ وأي عددين صحيحين م، ن، فإن: $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$.

أمثلة: $\frac{جـ^{١١}}{جـ^{٨}} = جـ^{١١-٨} = جـ^{٣}$ $\qquad \frac{ر^{٥}}{ر^{٢}} = ر^{٥-٢} = ر^{٣}$

مثال ١

قسمة القوى

بسّط العبارة $\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـهـ^{٢}}$ مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا .

١أ) $\frac{س^{٣}ص^{٤}}{س^{٢}ص}$

١ب) $\frac{ك^{٧}م^{١٠}ب}{ك^{٥}م^{٣}ب}$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قوى القسمة

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة ناتج قسمة، أوجد كلًّا من قوة البسط وقوة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب ≠ صفر؛ وأي عدد صحيح م فإن: $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

أمثلة: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٥^{٤}}$ $\left(\frac{ر}{ن}\right)^{٥} = \frac{ر^{٥}}{ن^{٥}}$

مثال ٢ قوى القسمة

بسّط العبارة: $\left(\frac{٣م^{٣}}{٧}\right)^{٢}$.

٢أ) $\left(\frac{٣س^{٤}}{٤}\right)^{٣}$

٢ب) $\left(\frac{٢ص^{٢}}{٣ع^{٣}}\right)^{٢}$

٢جـ) $\left(\frac{٤س^{٣}}{٥ص^{٤}}\right)^{٣}$

أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي

خاصية الأس الصفري

التعبير اللفظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي ١

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي صفرًا فإن: أ^{٠} = ١

أمثلة: ١٥^{٠} = ١ $\left(\frac{\text{ب}}{\text{جـ}}\right)^{٠}$ = ١ $\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٠}$ = ١

مثال ٣

الأس الصفري

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\left(-\frac{٤\text{ن}^{٢}\text{ك}^{٥}\text{ر}^{٢}}{٩\text{ن}^{٣}\text{ك}^{٢}\text{ر}}\right)^{٠}$

ب) $\frac{\text{س}^{٥}\text{ص}^{٠}}{\text{س}^{٣}}$

١٣أ) $\frac{\text{ب}^{٤}\text{جـ}^{٢}\text{د}^{٠}}{\text{ب}^{٢}\text{جـ}}$

٣ب) $\left(\frac{٢\text{ن}^{٤}\text{جـ}^{٧}\text{هـ}^{٣}}{١٥\text{ن}^{٣}\text{جـ}^{٩}\text{هـ}^{٦}}\right)^{٠}$

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي

خاصية الأسس السالبة

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، ولأي عدد صحيح ن، فإن مقلوب $أ^{ن}$ هو $أ^{-ن}$، ومقلوب $أ^{-ن}$ هو $أ^{ن}$.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر ، وأي عدد صحيح ن، فإن: $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\frac{١}{أ^{-ن}} = أ^{ن}$.

أمثلة : $٢^{-٤} = \frac{١}{٢^{٤}} = \frac{١}{١٦}$ $\qquad$ $جـ^{٤} = \frac{١}{جـ^{-٤}}$

مثال ٤

الأسس السالبة

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\frac{ن^{-٥} ف^{٤}}{ر^{-٢}}$

ب) $\frac{٢د^{٢} ب^{٣} جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣} ب^{-١} جـ^{-٤}}$

١٤أ) $\frac{ف^{-٣} و س^{٢}}{و ص^{-٦}}$

٤ب) $\frac{٣٢د^{-٨} ب^{٣} جـ^{-٤}}{٤د^{٣} ب^{٥} جـ^{-٢}}$

ايجاد رتبة المقدار :

https://youtu.be/ofn3gnSfJDU?feature=shared

أوجد رتبة المقدار لكلٍ مما يلي :

٣٤٧٧٧٩

٥٨٩٣٢١٥٦

٢٨٩٣٤٤

٠٫٥٤٨٧٣٢

٠٫٦٥٣٣٣٢٩

٠٫٨٧٣٤٤٥٣

مثال ٥ من واقع الحياة — تطبيق خواص الأسس

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١٫٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠٫٠٠٠٨ متر. فكم مرة تقريبًا يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

إنترنت: ارتفع عدد مستعملي الإنترنت في المملكة من ٢٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٢١ هـ إلى ١١٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣١ هـ. حدّد نسبة عدد مستعملي الإنترنت عام ١٤٣١ هـ إلى مستعمليه عام ١٤٢١ هـ باستعمال رتبة المقدار للعامين.

هامش

التاريخ

كثيرات الحدود

شرح الدرس

https://youtu.be/owERNwMLQXs?feature=shared

كثيرة الحدود هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد.
بعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة.

فثنائية الحد هي مجموع وحيدتي حد في أبسط شكل

وثلاثية الحدود هي مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل.

مثال ١ تمييز كثيرات الحدود

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حد ، أو ثلاثية حدود:

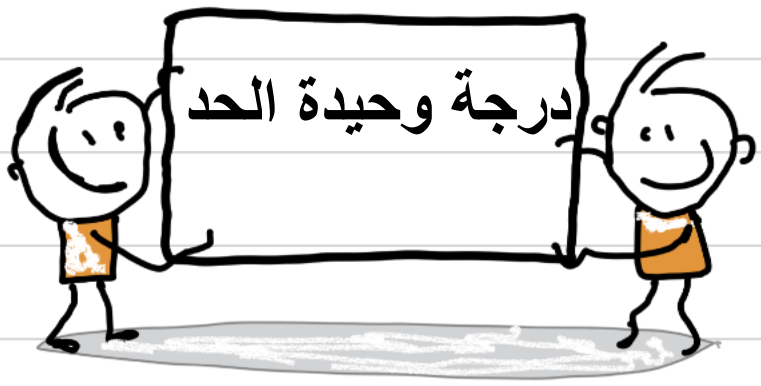
العبارة	هل هي كثيرة حدود؟	وحيدة حد / ثنائية حد / ثلاثية حدود
أ) ٤ص - ٥س ع		
ب) -٦,٥		
جـ) ٧أ$^{-٣}$ + ٩ب		
د) ٦س^{٣} + ٤س + س + ٣		

١أ) س

١ب) -٣ص^{٢} -٢ص +٤ص-١

١جـ) ٥ر س + ٧ ن ف ك

١د) ١٠س$^{-٤}$ -٨س^{أ}



هي مجموع أسس كل متغيراتها.
درجة الثابت غير الصفر تساوي صفراً .

أوجد درجة وحيدات الحد التالية :

٤ س ص^{٢} ك^{٤}

٧ س ص ع

أوجد درجة كثيرات الحدود التالية :

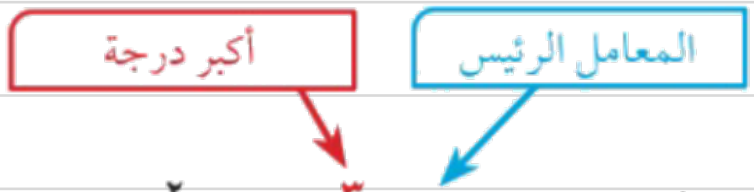
٢م ن - ٣م ن^{٢} – ٧م^{٢}ن^{٢} – ١٣

٩م^{٨}ن - ٨م ن^{٢} – ٤م^{٢}ن^{٢} – ٥

مفاهيم

يمكن تسمية بعض كثيرات الحدود اعتمادًا على درجتها
فتسمى ذات الدرجة صفر: ثابتة
وذات الدرجة ١: خطية **مثال :**
وذات الدرجة ٢: تربيعية **مثال :**
وذات الدرجة ٣: تكعيبية. **مثال :**

كثيرات الحدود بالصورة القياسية: يمكنك كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب. ولاستخدام **الصورة القياسية لكثيرة الحدود** بمتغير واحد، اكتب الحدود بترتيب تنازلي بحسب درجتها. وعندما تُكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية، فإن معامل أول حد فيها يُسمى **المعامل الرئيس** .



الصورة القياسية: $٤س^{٣} - ٥س^{٢} + ٢س + ٧$

مثال ٣ الصورة القياسية لكثيرة الحدود

اكتب كثيرة الحدود ٥ص −٩− ٢ص^{٤} −٦ ص^{٣} بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها.

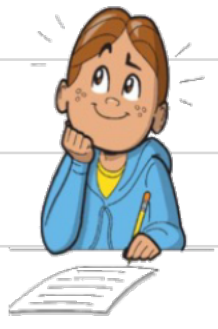
تحقق من فهمك

٣أ) $٨ - ٢س^{٢} + ٤س^{٤} - ٣س$

٣ب) $ص + ٥ص^{٣} - ٢ص^{٢} - ٧ص^{٦} + ١٠$

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال كثيرات الحدود

مصانع: تمثِّل المعادلة ع= $٣ن^{٢} - ٢ن + ١٠$ عدد أطنان الأسمنت بمئات الألوف التي أنتجها أحد المصانع من عام ١٤٣٣ هـ إلى ١٤٣٨ هـ، حيث ن عدد السنوات منذ عام ١٤٣٣ هـ، فما عدد أطنان الأسمنت المنتجة حتى بداية عام ١٤٣٥ هـ؟



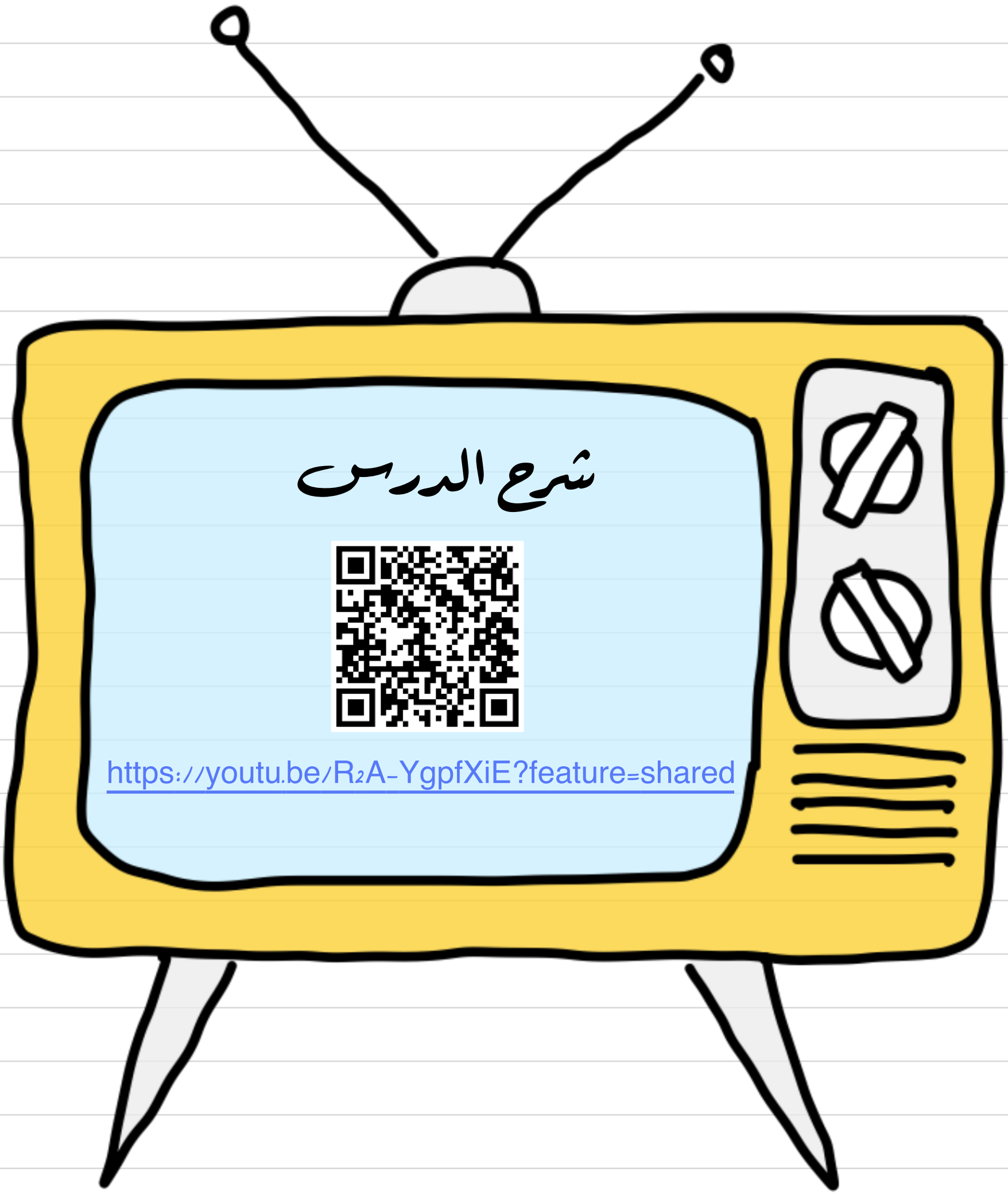
تحقق من فهمك

٤أ) كم طنًّا أُنتج عام ١٤٣٨ هـ؟

هامش

التاريخ

جمع كثيرات الحدود وطرحها



تحقق من فهمك

بسّط كل عبارة فيما يأتي إن أمكن ، وإلا فاكتب في أبسط شكل :

٧ ب^{٢} + ١٤ ب - ١٠ ب

٣ ص^{٤} + ٢ص^{٤} + ٢ ص^{٥}

مثال ١ جمع كثيرات الحدود

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

(٢س^{٢} + ٥س – ٧) + (٣ – ٤س^{٢} + ٦س)

(ص^{٤} – ٣ص + ٧) + (٢ص^{٣} + ٢ ص – ٢ص^{٤} – ١١)

مثال ٢ طرح كثيرات الحدود

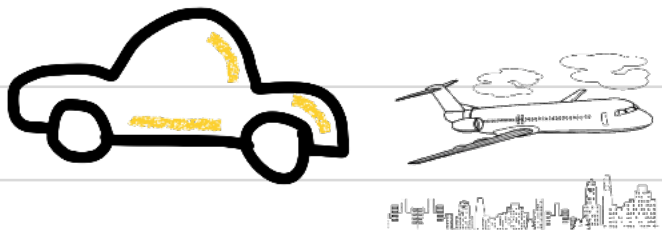
أوجد ناتج: $(٧ك + ٤ك^{٣} - ٨) - (٣ك^{٢} + ٢ - ٩ك)$

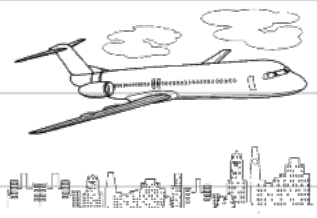
$(٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦س - ٤) - (-٢س^{٣} + س^{٢} - ٢)$

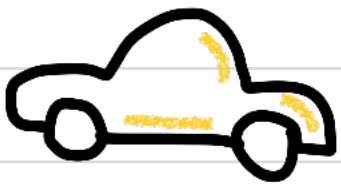
$(٨ص - ١٠ + ٥ص^{٢}) - (٧ - ص^{٣} + ١٢ص)$

إجازة : يتوزَّع العدد الكلي للطلاب (ك) الذين يسافرون خلال الإجازة إلى مجموعتين: مجموعة تسافر إلى المنطقة (ف) بالطائرة، والمجموعة الأخرى تسافر إلى المنطقة (د) بالسيارة، ويمكن تمثيل العدد الكلي بالآلاف للطلاب (ك) الذين سافروا خلال الإجازة، وعدد الطلاب (ع) الذين سافروا للمنطقة (ف) بالمعادلتين: ك = ١٤ن +٢١، ع = ٨ن + ٧، حيث (ن) عدد السنوات منذ عام ١٤٢٥ هـ .

اكتب المعادلة التي تمثّل عدد الطلاب (ل) الذين توجهوا إلى المنطقة د في هذه الفترة .

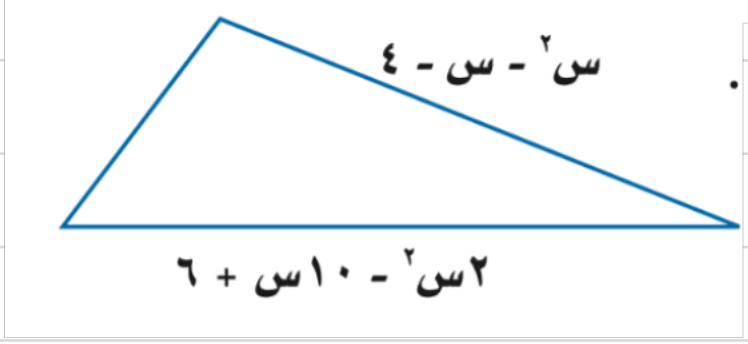






كم طالباً يتوقع أن يسافروا عام ١٤٤٥هـ ؟

هندسة : تمثِّل العبارة ٣س^{٢} – ٧س + ٢ محيط الشكل المقابل
اكتب كثيرة حدود تمثِّل قياس الضلع الثالث.

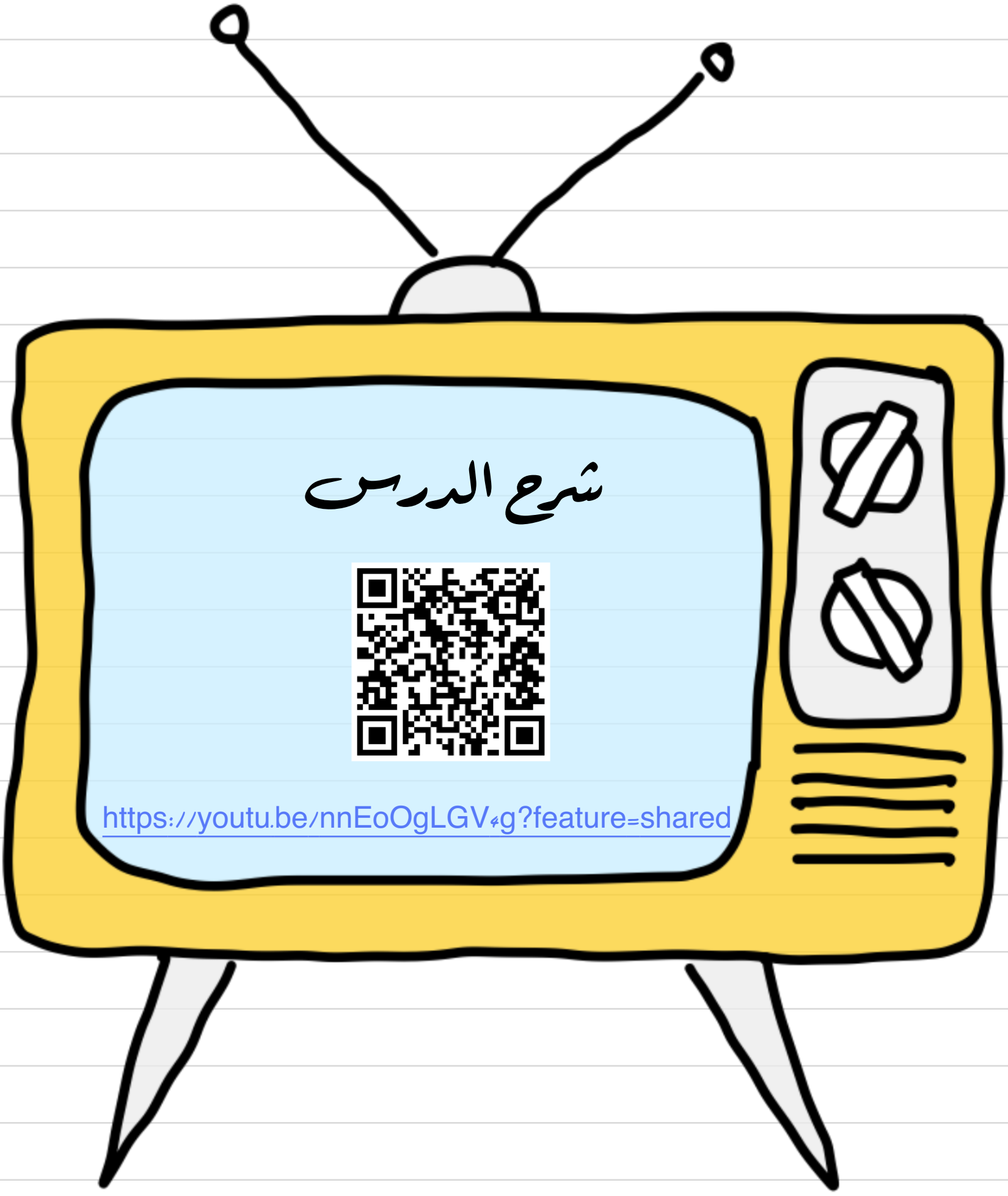


.

تهامش

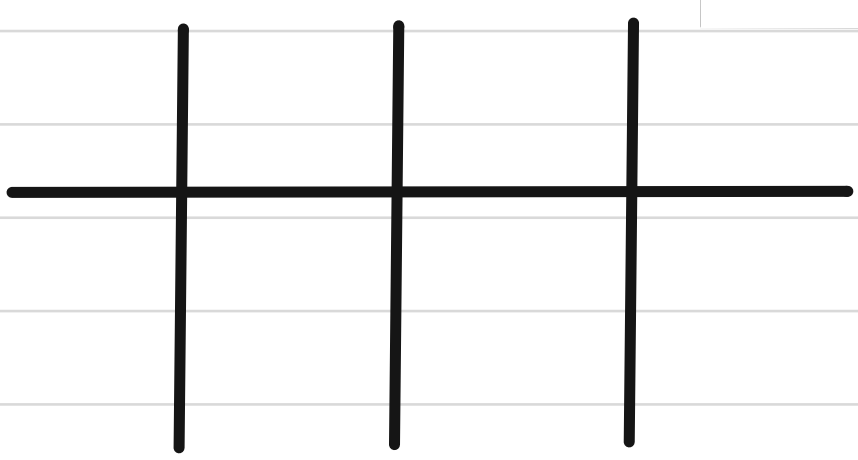
التاريخ

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

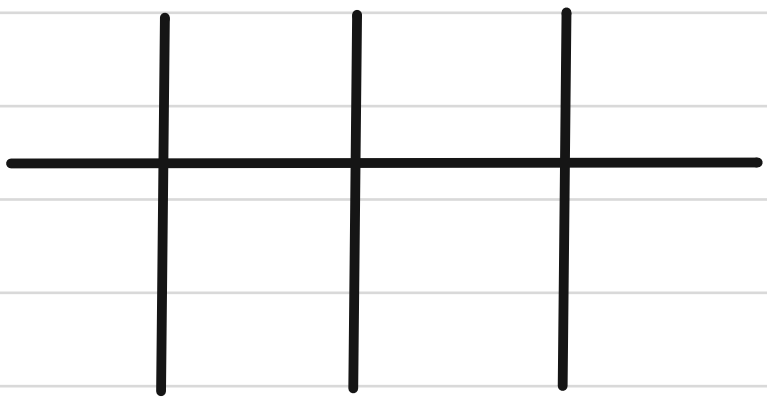


مثال ١ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

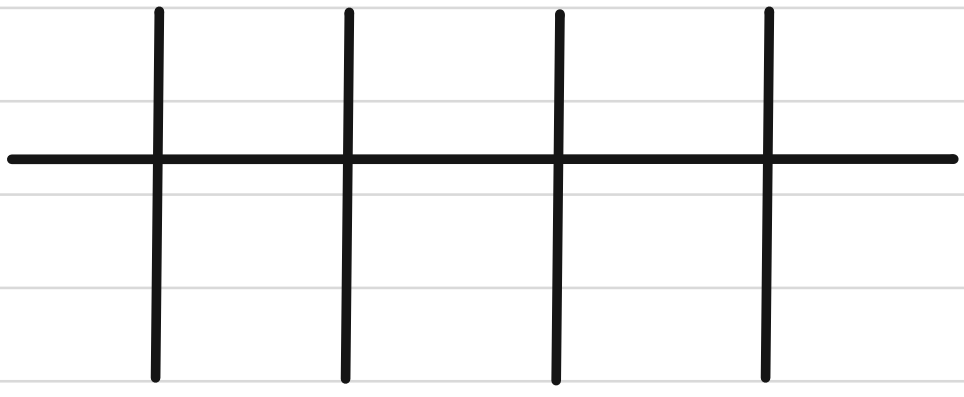
أوجد ناتج: $-٣س^{٢}(٧س^{٢} - س + ٤)$.



$٥أ^{٢}(-٤أ^{٢} + ٢أ - ٧)$



$-٦د^{٣}(٣د^{٤} - ٢د^{٣} - د + ٩)$

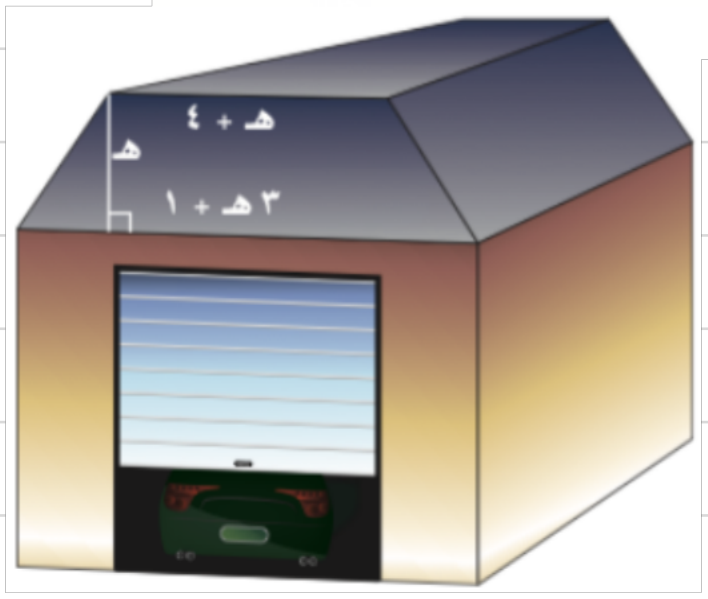


مثال ٢ تبسيط العبارات

بسِّط ٢ل(−٤ل^{٢} + ٥ل) − ٥(٢ل^{٢} + ٢٠).

٣(٥س^{٢}+٢س − ٤) − س (٧س^{٢} + ٢س − ٣)

مرآب: يمثل الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب المجاور شكل شبه منحرف.إذا كان ارتفاع شبه المنحرف ٤ متر، فأوجد مساحة الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب.



مثال ٤ معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

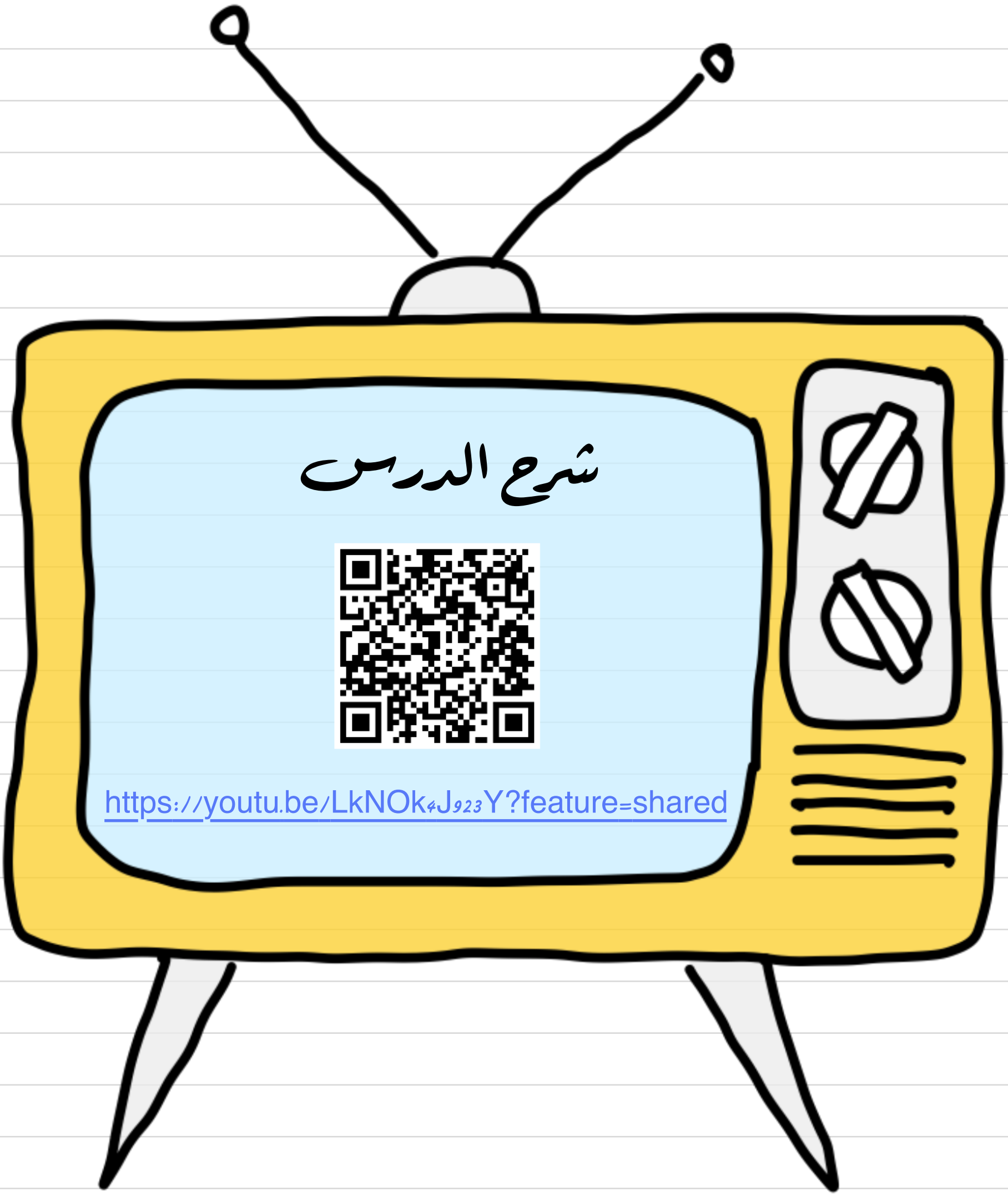
٢س (س + ٤) + ٧ = (س+ ٨) + ٢س (س+١) + ١٢

د (د +٣) - د (د- ٤) = ٩د - ١٦

هامش

التاريخ

ضرب كثيرات الحدود



مثال ١ خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

أ) (٢س + ٣) (س + ٥)

بسّط كل عبارة فيما يأتي :

(٣م + ٤) (م + ٥)

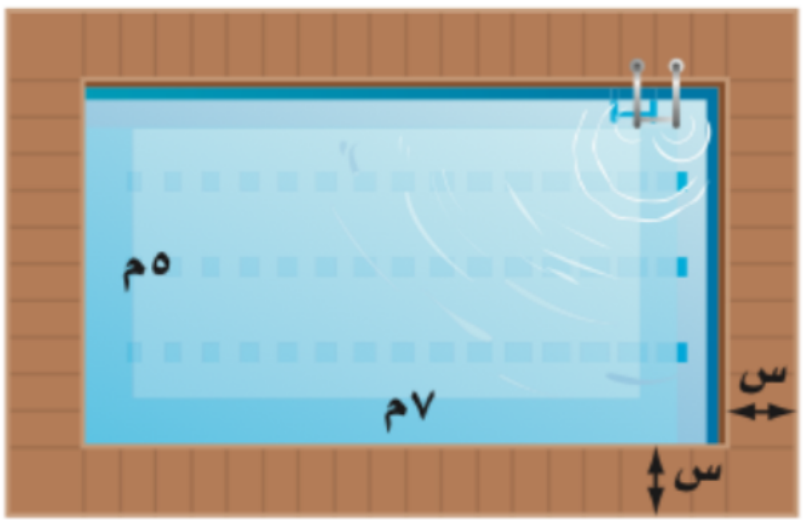
(٥ص - ٢) (ص + ٨)

ناتج ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية والعبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثانية.

مثال ٣ من واقع الحياة

التوزيع بالترتيب

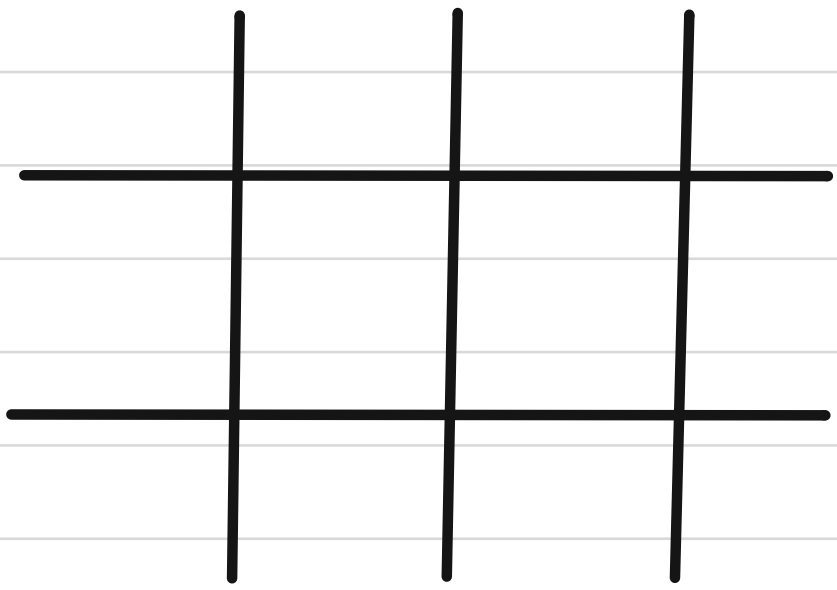
بركة سباحة : يحيط ممر ببركة سباحة مستطيلة الشكل. إذا كان عرض الممر هو س متر. فاكتب عبارة تمثل مساحة سطح البركة والممر معًا.



إذا كان طول البركة ٩ م وعرضها ٧ م فأوجد مساحة سطح البركة والممر معاً.

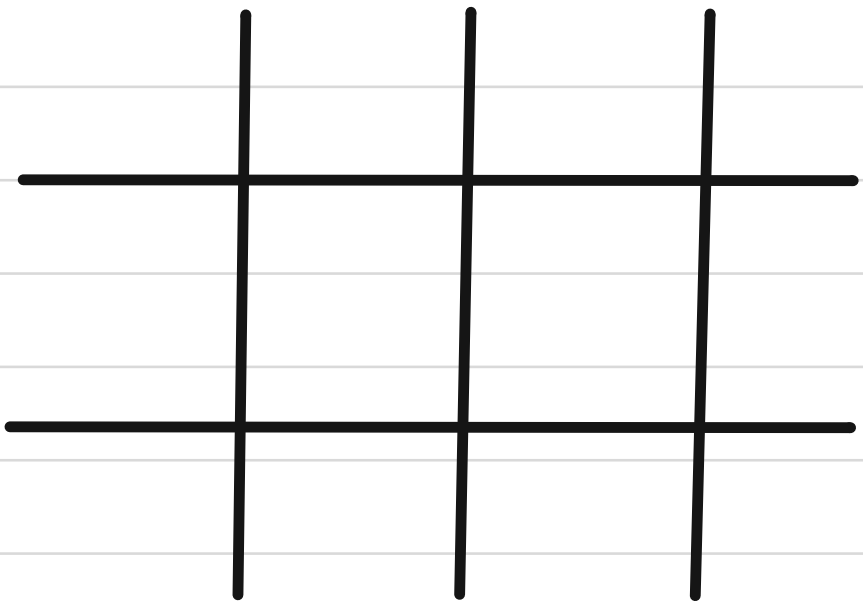
أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

(٦س+ ٥) (٢س^{٢} – ٣س– ٥)



تحقق من فهمك

أ٤) (٣س – ٥)(٢س^{٢} + ٧س – ٨)



هامش

التاريخ

حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

شرح الدرس

https://youtu.be/7tu38N4dv9E?feature=shared

https://youtu.be/9-kNsUnw-84?feature=shared

مربع مجموع حدين

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مربع مجموع حدين

التعبير اللفظي: مربع (أ + ب) هو مربع أ زائد مثلي حاصل ضرب أ في ب مضافًا إليه مربع ب.

الرموز: $(أ + ب)^{٢} = (أ + ب)(أ + ب) = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

مثال: $(س + ٤)^{٢} = (س + ٤)(س + ٤) = س^{٢} + ٨س + ١٦$

مثال ١ مربع مجموع حدين

أوجد ناتج: $(٣س + ٥)^{٢}$.

أوجد ناتج كل ممّا يأتي:

١أ) $(٨جـ + ٣د)^{٢}$

١ب) $(٣س + ٤ص)^{٢}$

مربع الفرق بين حدين

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مربع الفرق بين حدين

التعبير اللفظي: مربع (أ – ب) هو مربع أ ناقص مثلي حاصل ضرب أ في ب مضافًا إليه مربع ب.

الرموز: $(أ - ب)^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

مثال: $(س - ٣)^{٢} = (س - ٣)(س - ٣) = س^{٢} - ٦س + ٩$

مثال ٢

مربع الفرق بين حدين

أوجد ناتج: $(٢س - ٥ص)^{٢}$.

٢أ) $(٦ب - ١)^{٢}$

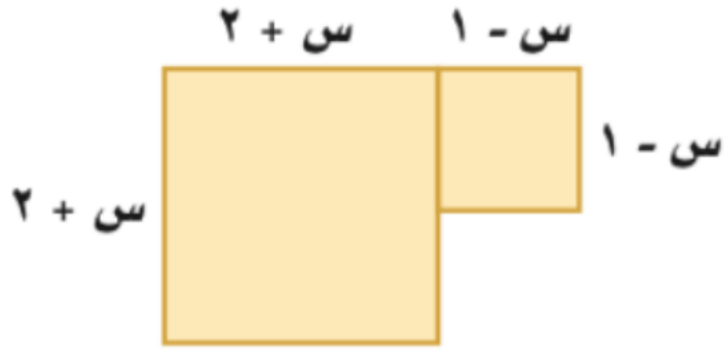
٢ب) $(أ - ٢ب)^{٢}$

حديقة : لدى عماد حديقة، طولها وعرضها لا مترًا، ويريد إضافة ٣ أمتار إلى كل من الطول والعرض.

أ) بيِّن كيف يمكن التعبير عن مساحة الحديقة الجديدة بمربع ثنائية حد.

ب) أوجد مربع ثنائية الحد السابقة.

هندسة : اكتب كثيرة حدود تمثِّل مساحة الشكل أدناه.



ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

التعبير اللفظي: ناتج ضرب (أ + ب)، (أ – ب) هو مربع أ ناقص مربع ب.

الرموز: $(أ + ب)(أ - ب) = (أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

مثال ٤

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

أوجد ناتج: $(٢س^{٢} + ٣)(٢س^{٢} - ٣)$.

٤أ) $(٣ن + ٢)(٣ن - ٢)$

٤ب) $(٤جـ - ٧د)(٤جـ + ٧د)$

حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي:

$(٢جـ - د)(٢جـ - د)$	$(٢جـ + د)(٢جـ - د)$	$(٢جـ + د)(٢جـ + د)$	$(جـ + د)(جـ + د)$

هامش

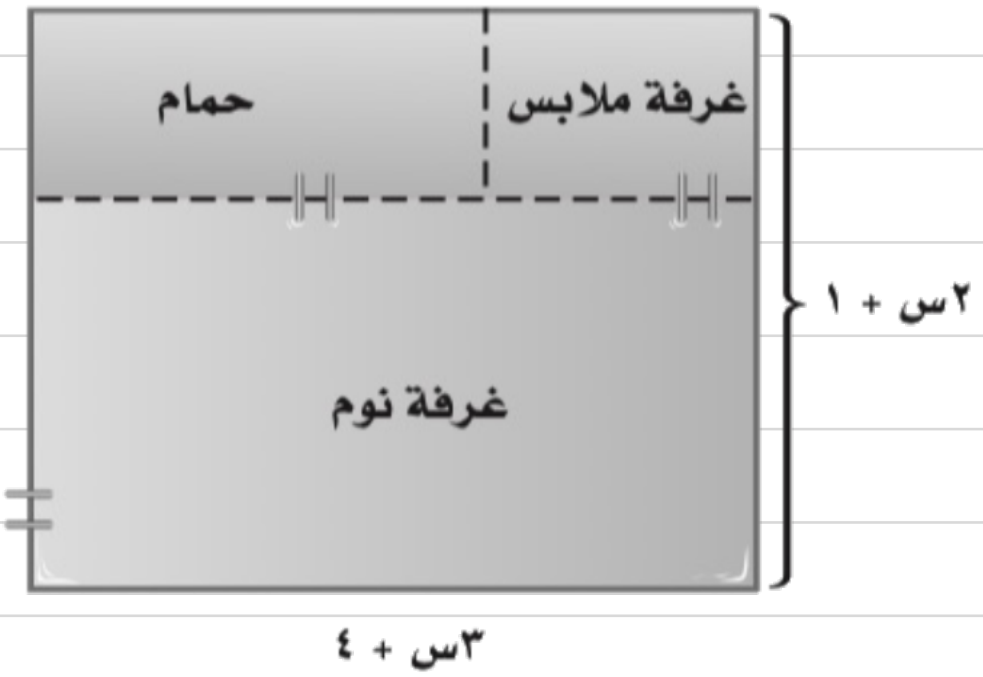
إذا كانت مساحة المستطيل أدناه س^{٢} – ٩ وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟

أ) س + ٣ جـ) س – ٩

ب) س + ٩ د) س – ٣

مهمة أدائية

المخطط التالي يبيِّن تفاصيل جناح نوم:



أ) أوجد مساحة الجناح كاملًا.

ب) إذا كان عرض غرفة الملابس س ، وطولها س + ١ ،
فأوجد مساحة غرفة الملابس.

جـ) أوجد مساحة الحمام.

د) أوجد مساحة غرفة النوم.

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة للأسئلة التالية :

١- تبسيط العبارة $[\ (٣)^{٢}\ ]^{٤}$ =			
(أ) $٣^{٦}$	(ب) $٣^{٢}$	(ج) $٣^{٨}$	(د) $٣^{١٦}$
٢- أبسط صورة للعبارة $\frac{٦ س^{٨} ص^{٤}}{٣ س^{٣} ص^{-١}}$ (بفرض أن المقام ≠ صفراً)			
(أ) $٣ س^{٥} ص^{٥}$	(ب) $٢ س^{٥} ص^{٥}$	(ج) $٢ س^{١١} ص^{٣}$	(د) $٣ س^{١١} ص^{٣}$
٣- درجة كثيرة الحدود $٤ ع^{٣} ك^{٣} + ٢ ع ك^{٨} - ع^{٣} ك^{٤}$ تساوي :			
(أ) السادسة	(ب) السابعة	(ج) الثامنة	(د) التاسعة
٤- ناتج طرح كثيرتي الحدود : $(٣ ك^{٣} - ٢ ك + ١) - (ك^{٣} - ٥ ك + ٢) =$			
(أ) $٢ك^{٣} + ٣ ك - ١$	(ب) $٤ك^{٣} - ٧ ك + ٣$	(ج) $٤ك^{٣} + ٣ ك - ١$	(د) $٢ك^{٣} - ٧ ك + ٣$
٥- ناتج : $٤ص^{٣} (٢ ص + ١) =$			
(أ) $٨ص^{٤} + ٤ ص$	(ب) $٨ص^{٤} + ٤ ص^{٤}$	(ج) $٨ص^{٤} + ٤ ص^{٣}$	(د) $٨ص^{٣} + ٤ ص^{٤}$
٦- تصنّف كثيرة الحدود : $٢س^{٣} + ٢٠س - ٢$			
(أ) وحيدة حد	(ب) ثنائية حد	(ج) ثلاثية حد	(د) رباعية حد
٧- ناتج ضرب $٣د (٢د^{٢} + ٥د - ٢) =$			
(أ) $٦د^{٢} - ٦$	(ب) $٦د^{٣} + ١٥د^{٢} - ٦د$	(ج) $٦د^{٣} + ١٥د^{٢}$	(د) $٦د^{٣} - ١٥د^{٢} - ٦د$
٨- ناتج $(ن + ٩)^{٢} =$			
(أ) $ن^{٢} - ٨١$	(ب) $ن^{٢} + ٨١$	(ج) $ن^{٢} + ١٨ن + ٨١$	(د) $ن^{٢} - ١٨$
٩- ناتج مثلي عدد صحيح س مع ثلاثة أمثال العدد الذي يليه يساوي			
(أ) $٢ س + ٣$	(ب) $٥س + ٣$	(ج) $٤س + ٣$	(د) $٥س + ٢$

١٠- ناتج ضرب (ن – ٤) (ن – ٦)

(أ) ن^{٢}+ ١٠ن + ٢٤	(ب) ن^{٢} – ١٠ن – ٢٤	(ج) ن^{٢}+ ١٠ن – ٢٤	(د) ن^{٢}+ ٢٤

١١- ناتج (٥س – ٣)^{٢} =

(أ) ٢٥ س^{٢} + ٣٠ س – ٩	(ب) ٢٥ س^{٢} – ٣٠ س + ٩	(ج) ١٠ س^{٢} + ٣٠ س – ٦	(د) ١٠ س^{٢} – ٣٠ س + ٦

١٢- ناتج (٤ س ص^{٣}) (٣ س^{٣} ص^{٤})

(أ) ٧ س^{٤} ص^{٧}	(ب) ١٢ س^{٤} ص^{٧}	(ج) ١٢ س^{٤} ص^{١٢}	(د) ١٢ س^{٣} ص^{٧}

١٣- غرفة مربعة الشكل طول ضلعها (٤ س – ٥) فإن محيطها يساوي

(أ) ١٦ س –٢٠	(ب) ١٦ س + ٢٠	(ج) ١٦ س^{٢} –٢٥	(د) ١٦ س^{٢} + ٢٥

١٤- تبسيط العبارة : (٣ س^{٣} ص^{٢} ك^{٤})^{٥}

(أ) ١٢٥س^{١٥} ص^{١٠} ك^{٢٠}	(ب) ١٥س^{١٥} ص^{١٠} ك^{٢٠}	(ج) ١٢٥س^{٨} ص^{٧} ك^{٩}	(د) ١٥س^{٨} ص^{٧} ك^{٩}

١٥- ناتج (٤ س^{٢} + ٣ س – ٥) + (س^{٢} + ٢) =

(أ) ٥س^{٢} + ٣س +٣	(ب) ٥س^{٢} + ٣س – ٣	(ج) ٥س^{٤} + ٣س + ٣	(د) ٥س^{٤} + ٣س – ٣

١٦- تبسيط العبارة $\left(\frac{٣ س^{٥}}{٤}\right)^{٢}$ =

(أ) $\frac{٩ س^{١٠}}{١٦}$	(ب) $\frac{٩ س^{٧}}{١٦}$	(ج) $\frac{٩ س^{١٠}}{٤}$	(د) $\frac{٦ س^{١٠}}{٤}$

١٧- رتبة المقدار للعدد ٩٢٤٣١١٢٥٦ تقريباً

(أ) ١٠^{٦}	(ب) ١٠^{٧}	(ج) ١٠^{٨}	(د) ١٠^{٩}

ما قيمة نصف العدد ٦٠؟

ما قيمة رُبع العدد $س^{٢}$؟

ما قيمة $٨^{\frac{٥}{٣}}$ ...؟

إذا كانت $٩^{\frac{ص}{٢}} = ٣^{٤}$ فقارن بين :

القيمة الأولى	القيمة الثانية
$ص^{٢}$	١٠

إذا كانت ٥^(س - ٢) = ٥^(٣ س - ٦) فإن قيمة س = ...؟

أحد عوامل العدد ٢^١٥ عند قسمته على ٤ هو .....؟

(أ) ٣٢ (ب) ٤٢ (ج) ٥٢ (د) ٦٢

إذا كانت ٢^(س + ١) = ٦ فما قيمة ١٦^س

ليكن ٣^(س + ٢) = ٤٥ فإن قيمة ٢٧^س = ... ؟

(أ) ٥ (ب) ٩ (ج) ١٢ (د) ١٢٥

ماقيمة $[(٢)^{-١} + (٢)^{-١}]^{٣} =$

أ) ١ ب) ٢ ج) -٢ د) $٢^{-١}$

ماقيمة المقدار $(٥^{١٨})^{٢} \div ٥^{٧} =$

أ) $٥^{٢٩}$ ب) $٥^{٢٨}$ ج) $٥^{١١}$ د) $٥^{١٣}$

ماقيمة $(٧^{٥} \times ٧^{٤})^{١٠}$

أ) $٧^{٨٠}$ ب) $٧^{٩٠}$ ج) $٧^{٤٥}$ د) $٧^{١٥}$

إذاكان $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$ ، $س - ص = ١$ أوجد س ص .

أ) ١ ب)٢ ج)٣ د) ٤

التاريخ

تحليل وحيدات الحد

مثال ١ تحليل وحيدة الحدّ

حلّل: $-٢٠س^{٣}ص^{٢}$ تحليلًا تامًّا.

حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلاً تاماً .

$٣٤ س^{٤}ص^{٣}$

$-٥٢ أ^{٢}ب$

مثال ٢ القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحدّ

أوجد (ق.م.أ) لوحيدتي الحدّ $١٢أ^{٢}ب^{٢}جـ$، $١٨أ ب^{٣}$.

أوجد (ق.م.أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية :

٦س ص^{٣} ، ١٨ ص ع

١١ أ^{٢}ب ، ٢١ أ ب^{٢}

٣٠ ك^{٣}ر^{٢}ن ، ٥٠ ك^{٢}ر ن

مثال ٣ من واقع الحياة

إيجاد (ق.م.أ)

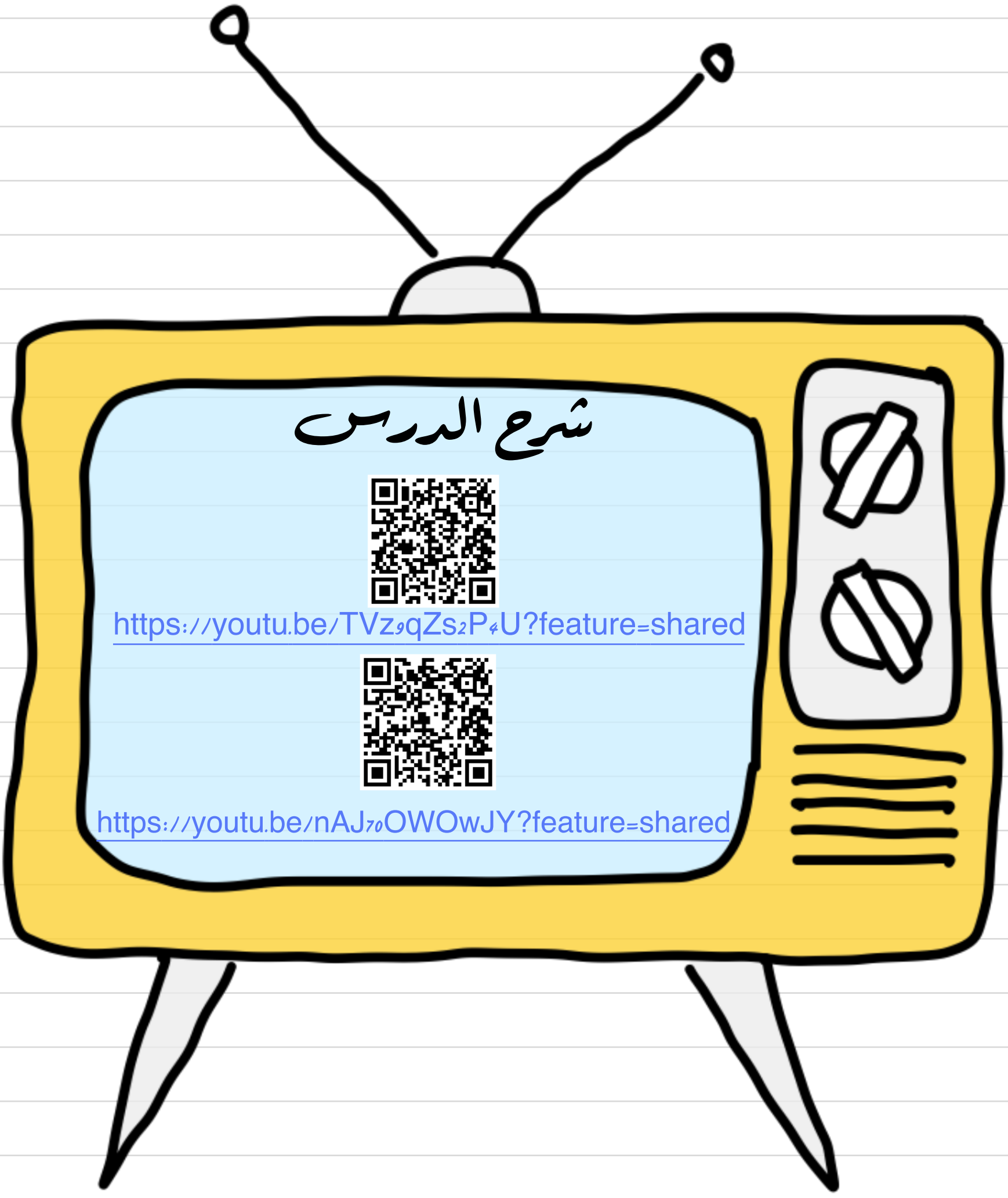
زهور: لدى نورة ٢٠ وردة و٣٠ زنبقةً لعمل باقات زهور. فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

ما أكبر قيمة يمكن أن تمثّل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ٨٤سم^{٢} ٧٠سم^{٢}، علمًا بأن بُعديْ كل منهما عددان كليان؟

هامش

التاريخ

استعمال خاصية التوزيع



شرح الدرس

https://youtu.be/TVz9qZs2P4U?feature=shared

https://youtu.be/nAJ70OWOwJY?feature=shared

مثال ١ استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل

استعمل خاصيّـة التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

أ) ٢٧ص^{٢} + ١٨ص

١٥ و - ٣أ

٧ل^{٢}ن^{٢} + ٢١ ل ن^{٢} – ل ن

مثال ٢ التحليل بتجميع الحدود

حلّل: ٤ ك ر + ٨ ر + ٣ ك + ٦

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية :

ر ن + ٥ ن - ر - ٥

٣ ن ك + ١٥ ك - ٤ ن - ٢٠

مثال ٣ التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

حلّل: ٢م ك – ١٢ م + ٤٢ – ٧ ك

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية :

جـ - ٢ جـ د + ٨ د - ٤

٣ف - ٢ ف^{٢} - ١٨ ف + ٢٧

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خاصية الضرب الصفري

التعبير اللفظي: إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفرًا، فيجب أن يكون أحدهما على الأقل صفرًا.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب، إذا كان أ ب = ٠، فإنّ أ = ٠، أو ب = ٠، أو أن كليهما يساوي صفرًا.

مثال ٤ حل المعادلات

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

أ) (٢د + ٦)(٣د − ١٥) = ٠

ب) جـ^{٢} = ٣ جـ

٣ن (ن + ٢) = ٠

٨ ب^{٢} - ٤٠ ب = ٠

س^{٢} = - ١٠س

مثال ٥ من واقع الحياة

استعمال التحليل

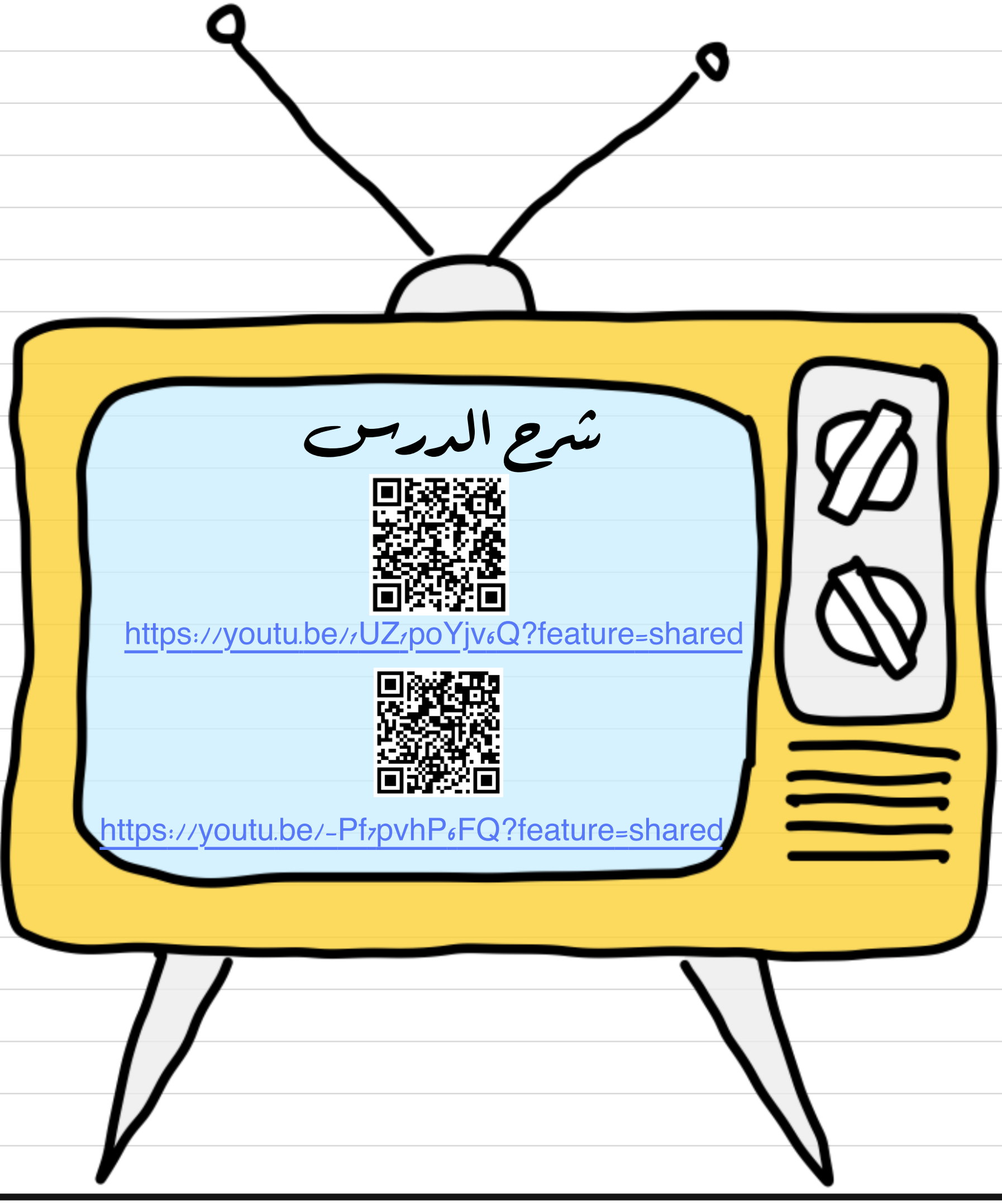
رمي السهم: يمكن تمثيل ارتفاع سهم بالمعادلة ع = −٥ ن^{٢} + ٢٠ ن، حيث (ع) الارتفاع بالأمتار، (ن) الزمن بالثواني. إذا أهمل ارتفاع رامي السهام، بعد كم ثانية يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه؟

قفز الأرنب: يمكن تمثيل قفزة الأرنب بالمعادلة ع= ٥ , ٢ن− ٥ن^{٢}؛ حيث تمثل (ع) ارتفاع القفزة بالمتر، و(ن) الزمن بالثواني. أوجد قيمة ن عندما ع= صفرًا.

تهامش

التاريخ

المعادلات التربيعية : س^{٢} + ب س + جـ = ٠



شرح الدرس

https://youtu.be/1UZ1poYjv6Q?feature=shared

https://youtu.be/-Pf7pvhP6FQ?feature=shared

مثال ١ تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$ عندما يكون ب، جـ موجبين

حلّل : $س^{٢} + ٩س + ٢٠$.

حلل كلاً من كثيرتي الحدود التالية :

$د^{٢} + ١١ د + ٢٤$

$٩ + ١٠ن + ن^{٢}$

مثال ٢

تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$ عندما تكون ب سالبة، جـ موجبة

حلّل: $س^{٢} - ٨س + ١٢$

حلل كلاً من كثيرتي الحدود التالية :

$٢١ - ٢٢ م + م^{٢}$

$و^{٢} - ١١ و + ٢٨$

مثال ٣ تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$ عندما تكون جـ سالبة

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

أ) $س^{٢} + ٢س - ١٥$

حلل كلاً من كثيرتي الحدود التالية :

$ص^{٢} + ١٣ ص - ٤٨$

$ر^{٢} - ٢ ر - ٢٤$

مثال ٤ حل المعادلة بالتحليل

حل المعادلة: $س^{٢} + ٦ س = ٢٧$، وتحقَّق من صحة الحل.

$س^{٢} + ٦س = ٢٧$

حل المعادلات التالية :

$ع^{٢} - ٣ ع = ٧٠$

$س^{٢} + ٣ س - ١٨ = ٠$

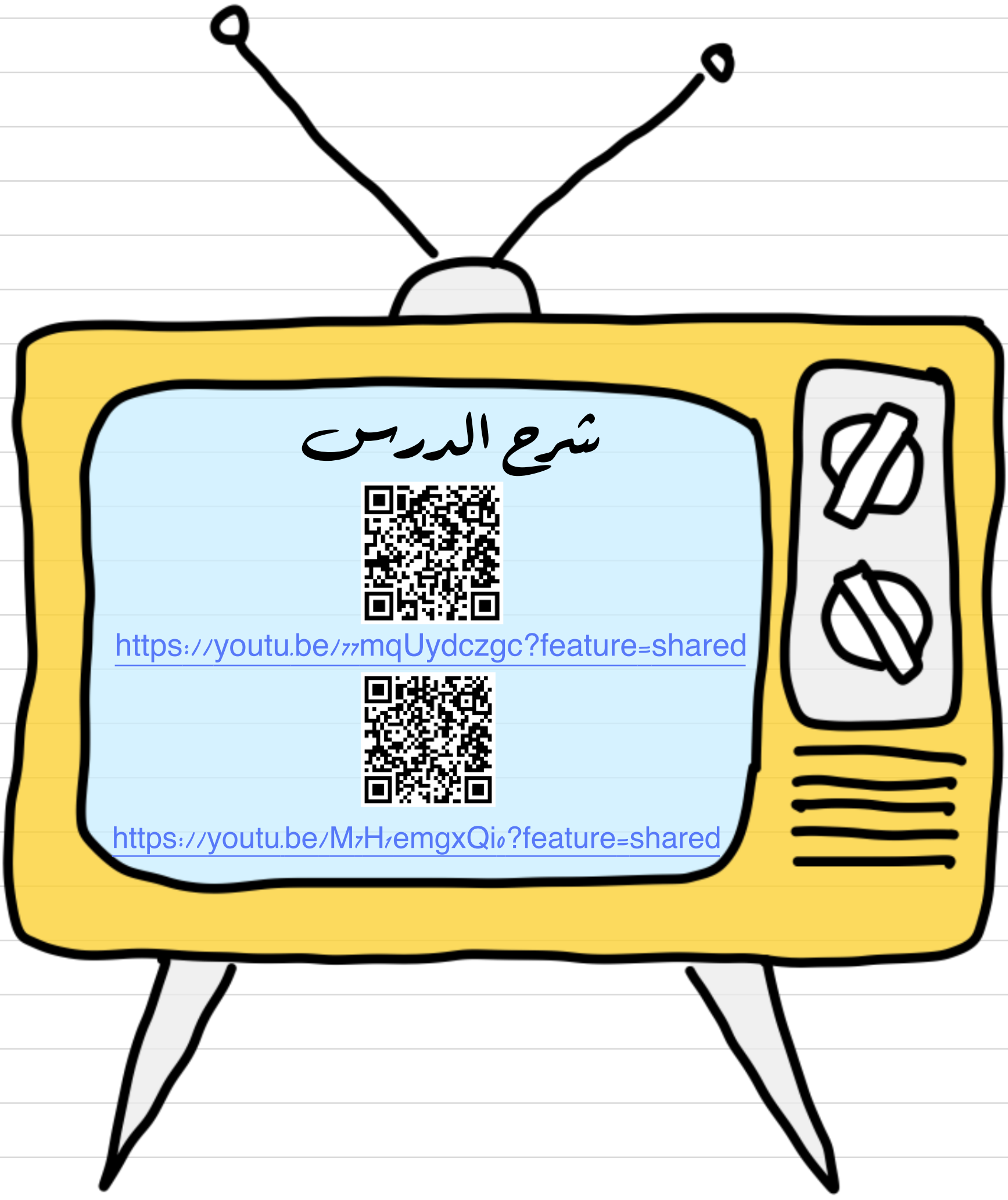
متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بِـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^{٢} . فما ارتفاعه؟

تمثّل العبارة (س^{٢} -٤س - ١٢) سم^{٢} مساحة مستطيل طوله (س + ٢) . فما عرضه ؟

هامش

التاريخ

المعادلات التربيعية: أس^{٢} + ب س + جـ = ٠



مثال ١ تحليل أس^{٢} + ب س + جـ

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

أ) ٧س^{٢} + ٢٩س + ٤

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي :

٥س^{٢} + ١٣ س + ٦

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي :

٦س^{٢} + ٢٢ س - ٨

مثال ٢ تحليل أ س٢-ب س +جـ

حلل كثيرة الحدود ٣س^{٢} – ١٧ س + ٢٠.

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي :

٢ن^{٢} – ن – ١

١٠ ص^{٢} – ٣٥ ص + ٣٠

تسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة **كثيرة حدود أولية**

مثال ٣ تحديد كثيرة الحدود الأولية

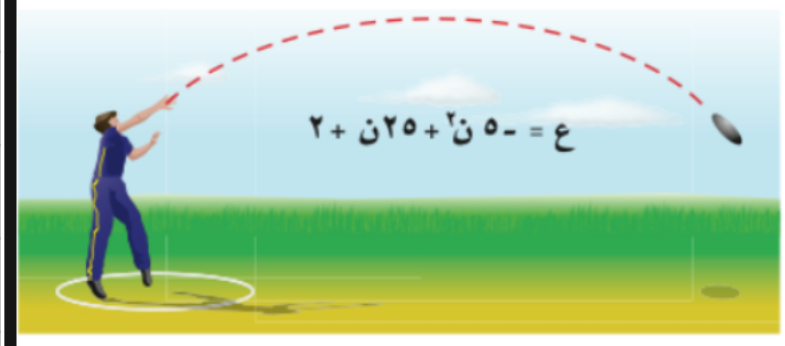
حلّل العبارة: $٤س^{٢}-٣س+٥$ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة

$٤ر^{٢}-ر+٧$ $٢س^{٢}+٣س-٥$

مثال ٤ من واقع الحياة حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

٤) **فيزياء:** قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة $ع=-٥ن^{٢}+١٦ن+٢٠$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

رمي القرص: يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.



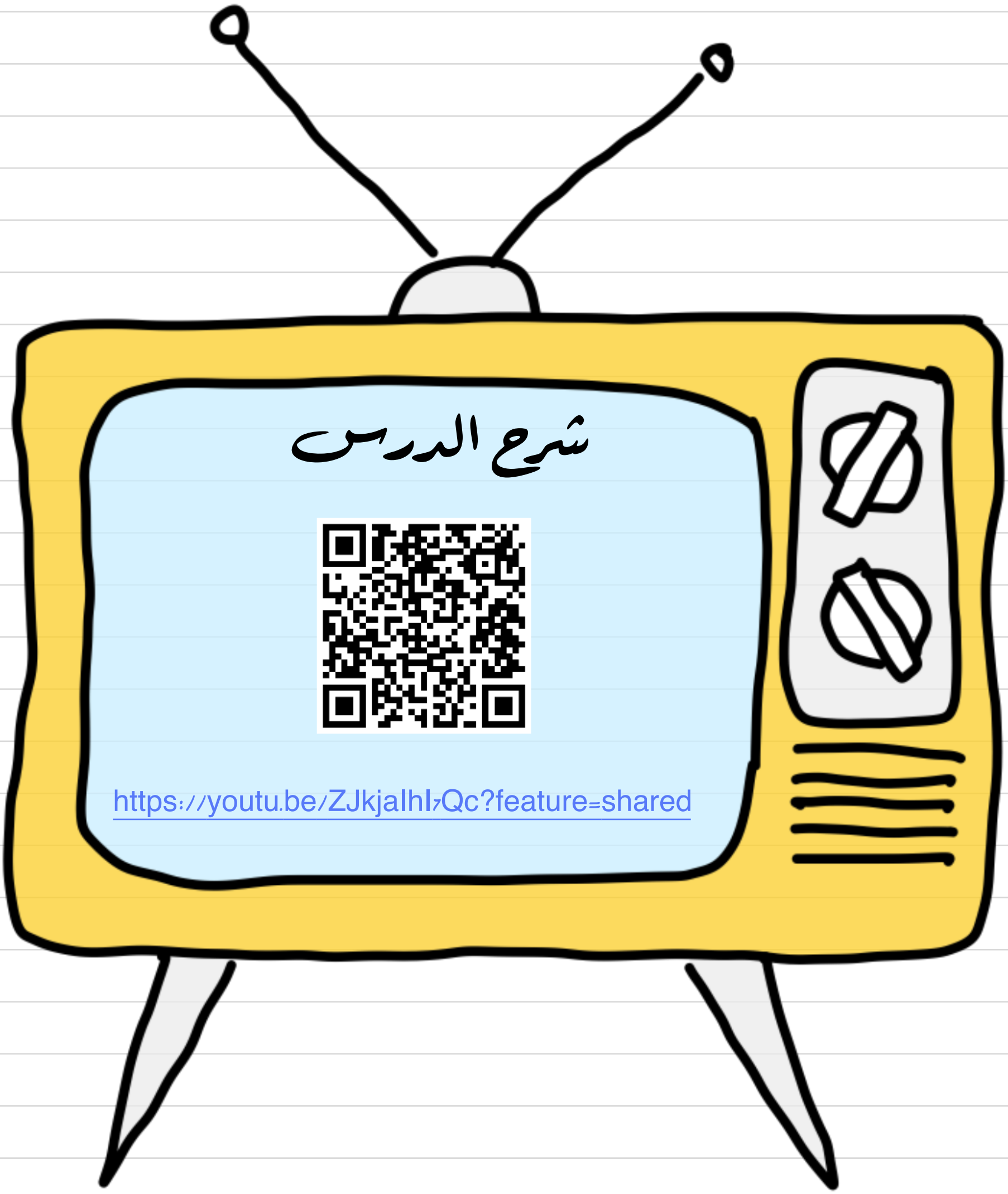
أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

هامش

التاريخ

المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين



مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الفرق بين مربعين

الرموز: $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$ أو $(أ - ب)(أ + ب)$

أمثلة: $س^{٢} - ٢٥ = (س + ٥)(س - ٥)$ أو $(س - ٥)(س + ٥)$

$ن^{٢} - ٦٤ = (ن + ٨)(ن - ٨)$ أو $(ن - ٨)(ن + ٨)$

مثال ١ تحليل الفرق بين مربعين

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $١٦هـ^{٢} - ٩أ^{٢}$

ب) $١٢١ - ٤ ب^{٢}$

جـ) $٢٧ جـ^{٣} - ٣ جـ$

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي :

أ) ٨١ - جـ^{٢}

ب) ٦٤ جـ^{٢} - هـ^{٢}

جـ) ٩ س^{٣} - ٤س

د) -٤ ص^{٣} + ٩ ص

مثال ٢ تطبيق التحليل أكثر من مرة

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) ب^{٤} - ١٦

ب) ص^{٤} – ١

جـ) ٤ أ^{٤} – ب^{٤}

د) ٨١ – س^{٤}

مثال ٣ تطبيق طرق مختلفة

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) ٥س^{٥} − ٤٥س

ب) ٢ص^{٤} − ٥٠

جـ) ٢م^{٣} + م^{٢} − ٥٠ م − ٢٥

هامش

التاريخ

المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعًا كاملًا

الرموز:

$$أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} = (أ + ب)(أ + ب) = (أ + ب)^{٢}$$

$$أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = (أ - ب)^{٢}$$

أمثلة:

$$س^{٢} + ٨س + ١٦ = (س + ٤)(س + ٤) = (س + ٤)^{٢}$$

$$س^{٢} - ٦س + ٩ = (س - ٣)(س - ٣) = (س - ٣)^{٢}$$

مثال ١

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعًا كاملاً وتحليلها

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، و إذا كانت كذلك فحلِّلها.

أ) $٤ص^{٢} + ١٢ص + ٩$

ب) $٩ س^{٢} - ٦س + ٤$

جـ) $٩ ص^{٢} + ٢٤ ص + ١٦$

د) $٢ أ^{٢} + ١٠ أ + ٢٥$

أوجد قيمة جـ التي تجعل العبارات التالية مربعاً كاملاً :

٤ س^{٢} + جـ س + ٢٥

جـ س^{٢} − ٢٤ س + ٩

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

طرق التحليل

الخطوات	عدد الحدود	أمثلة
الخطوة ١ : حلّل بإخراج (ق . م . أ)	أي عدد	$٤س^{٣} + ٢س^{٢} - ٦س = ٢س(٢س^{٢} + س - ٣)$
الخطوة ٢ : تحقق هل كثيرة الحدود تشكل فرقًا بين مربعين أم أنها ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.	٢ أو ٣	$٩س^{٢} - ١٦ = (٣س + ٤)(٣س - ٤)$ $١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩ = (٤س + ٣)^{٢}$
الخطوة ٣ : طبّق أنماط التحليل لـِ $س^{٢} + ب س + جـ$ أو $أ س^{٢} + ب س + جـ$ أو حلّل بتجميع الحدود.	٣ أو ٤	$س^{٢} - ٨س + ١٢ = (س - ٢)(س - ٦)$ $١٢ص^{٢} + ٩ص + ٨ص + ٦$ $= (١٢ص^{٢} + ٩ص) + (٨ص + ٦)$ $= ٣ص(٤ص + ٣) + ٢(٤ص + ٣)$ $= (٤ص + ٣)(٣ص + ٢)$

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي :

أ) $٢ س^{٢} - ٣٢$

ب) $٣ س^{٢} - ٢٧$

مثال ٣ حل معادلات تتضمن عوامل متكررة

حل المعادلة: $٩س^{٢} - ٤٨س = -٦٤$.

$أ^{٢} + ١٢أ + ٣٦ = ٠$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خاصية الجذر التربيعي

التعبير اللفظي: لحل المعادلة التربيعية على الصورة س^{٢} = ن، خُذ الجذر التربيعي لكل طرف.

الرموز: لأي عدد حقيقي ن ≥ ٠، إذا كان س^{٢} = ن فإنَّ س = ± $\sqrt{\text{ن}}$.

مثال: س^{٢} = ٢٥

س = ± $\sqrt{٢٥}$ = ± ٥

مثال ٤

استعمال خاصية الجذر التربيعي

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) (ص – ٦)^{٢} = ٨١

ب) (أ - ١٠)^{٢} = ١٢١

جـ) (ع + ٣)^{٢} = ٢٦

حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

$٩س^{٢} - ٢٤س + ١٦$	$٤س^{٢} + ١٠س + ٤$	$٢٥س^{٢} + ١٠س + ١$	$٤س^{٢} - ٣٦س + ٨١$

حُلَّ المعادلة $(س - ٣)^{٢} = ٢٥$.

أ) $-٨، ٢$ جـ) $٤، ١٤$

ب) $-٢، ٨$ د) $-٤، ١٤$

١/ تحليل وحيدة الحد تحليلا تاما : ٢٠س^{٢} ص^{٣}	
ⓐ ٥×٢×٢×س×س×ص×ص×ص	ⓑ ٥×٤×س×س×ص×ص×ص
ⓒ ٥×٢×٢×ص^{٢} ×ص^{٣}	ⓓ ٥×٤×ص^{٢} ×ص^{٣}
١/ تحليل وحيدة الحد تحليلا تاما : ١٢س^{٤} ص^{٣}	
ⓐ ٣×٢×٢×س×س×س×ص×ص×ص	ⓑ ٣×٤×س×س×س×س×ص×ص×ص
ⓒ ٣×٢×٢×ص^{٢} ×ص^{٣}	ⓓ ٣×٤×ص^{٢} ×ص^{٣}
٢/ (ق . م . أ) لوحيدتي الحد : ٨ س^{٣} , ١٦ س	
ⓐ ٨ س	ⓑ ١٦ س
ⓒ ٨ س^{٣}	ⓓ ٢ س
٣/ (ق . م . أ) لوحيدتي الحد : ١٥ع ن^{٣} , ٢٥ ع^{٢} ن	
ⓐ ٣ ع ن	ⓑ ٥ ع ن
ⓒ ٥ ع^{٢} ن^{٣}	ⓓ ٥ ع
٤/ أستعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود : ٢٠ س –٤ ص	
ⓐ ٤س (٥ – ص)	ⓑ ٤ (٥س – ص)
ⓒ س (٥ – ص)	ⓓ ٥ (٤س – ص)
٥/ أستعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود : ٩س^{٢} –٨١ص س	
ⓐ ٩س (س – ٩ص)	ⓑ ٩س (س^{٢} – ص)
ⓒ ٩س (١– ص)	ⓓ س (١ – ٩ص)

٦/من خاصية الضرب الصفري عند حل المعادلة ٧ن (ن +٩)=٠

① ٧ن = ٠	② ٧ ن = ٠ أو (ن +٩) = ٠
③ (ن +٩)=٠	④ ٧ن = (ن +٩)

٧/من خاصية الضرب الصفري عند حل المعادلة ٣س (س -٥)=٠

① ٣س = ٠	② ٣س = ٠ أو (س – ٥) = ٠
③ س – ٥ = ٠	④ ٣س = س – ٥

٨/ من خاصية الضرب الصفري عند حل المعادلة : (س + ٤) (س –٩) =٠

① (س + ٤) =١ أو (س -٩)=١	② (س + ٤) = (س -٩)
③ (س + ٤) = ٠ أو (س -٩)=٠	④ (س + ٤) = ٢ أو (س -٩)=٢

٩/ من خاصية الضرب الصفري عند حل المعادلة : (س + ٧) (س –٤) =٠

① (س +٧) =١ أو (س -٤)=١	② (س +٧) = (س -٤)
③ (س +٧) = ٠ أو (س -٤)=٠	④ (س +٧) = ٢ أو (س -٤)=٢

١٠/ حل المعادلة : (س + ٥) (س +٨) =٠

① س = -٥ أو س = - ٨	② س = ٥ أو س = ٨
③ س = -٥ أو س = ٨	④ س = ٥ أو س = - ٨

١١/ حل المعادلة : (س - ٥) (س -٨) =٠

① س = -٥ أو س = - ٨	② س = ٥ أو س = ٨
③ س = -٥ أو س = ٨	④ س = ٥ أو س = - ٨

١٢/ حل المعادلة : (س + ٥) (س -٨) =٠

① س = -٥ أو س = - ٨	② س = ٥ أو س = ٨
③ س = -٥ أو س = ٨	④ س = ٥ أو س = - ٨

١٣/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} + ٩س + ٢٠	
① (س + ٥) (س + ٤)	② (س - ٥) (س - ٤)
③ (س + ٥) (س - ٤)	④ (س - ٥) (س + ٤)
١٤/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} - ٩س + ٢٠	
① (س + ٥) (س + ٤)	② (س - ٥) (س - ٤)
③ (س + ٥) (س - ٤)	④ (س - ٥) (س + ٤)
١٥/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} + ١٠ س + ٢٤	
① (س + ٤) (س + ٦)	② (س - ٤) (س - ٦)
③ (س + ٤) (س - ٦)	④ (س - ٤) (س + ٦)
١٦/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} - ١٠ س + ٢٤	
① (س + ٤) (س + ٦)	② (س - ٤) (س - ٦)
③ (س + ٤) (س - ٦)	④ (س - ٤) (س + ٦)
١٧/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} + س - ٦	
① (س + ٣) (س + ٢)	② (س - ٣) (س - ٢)
③ (س + ٣) (س - ٢)	④ (س - ٣) (س + ٢)
١٨/ تحليل ثلاثية الحدود التربيعية : س^{٢} - س – ٦	
① (س + ٣) (س + ٢)	② (س - ٣) (س - ٢)
③ (س + ٣) (س - ٢)	④ (س - ٣) (س + ٢)

١٩/تحلل ثلاثية الحدود التربيعية : $س^{٢}$ + ١٠س + ٢٥	
① (س + ٤) (س + ٦)	② (س + ٧) (س + ٣)
③ (س + ٥) (س + ٥)	④ (س + ٢٥) (س + ١)
٢٠/ تحلل ثلاثية الحدود التربيعية : $س^{٢}$ - ١٠س + ١٦	
① (س - ٤) (س - ٤)	② (س - ٥) (س - ٥)
③ (س - ٢) (س - ٨)	④ (س - ١) (س -١٦)
٢١/ تحلل ثلاثية الحدود التربيعية : $س^{٢}$ -٨ س + ١٥	
① (س - ٤) (س - ٤)	② (س - ٣) (س - ٥)
③ (س - ٢) (س - ٦)	④ (س - ١) (س -١٥)
٢٢ / تحلل ثلاثية الحدود التربيعية : ٤$س^{٢}$ – س + ٧	
① (٤س - ٤) (س - ٧)	② (٧س - ٣) (س - ٥)
③ (٤س - ٢) (س - ٦)	④ كثيرة حدود أولية
٢٣/ تحلل ثلاثية الحدود التربيعية : ٢$س^{٢}$ + ٣ س + ٦	
① (٢س + ٤) (س - ٧)	② (٢س + ٣) (س + ٢)
③ (٤س + ٢) (س - ٦)	④ كثيرة حدود أولية

٢٤/ تحليل ثنائية الحد: ٦٤– س^{٢}	
① (س + ٨) (س - ٨)	② (س + ٨) (س +٨)
③ (س - ٨) (س - ٨)	④ كثيرة حدود أولية
٢٥/ تحليل ثنائية الحد : ب^{٢} – ٩	
① (س + ٣) (س - ٣)	② (س + ٣) (س +٣)
③ (س - ٣) (س - ٣)	④ كثيرة حدود أولية
٢٦/ ثلاثية حدود تشكل مربعا كامل	
① ٥س^{٢} + ٨س + ٣	② س^{٢} + ٨س + ١٦
③ ٣س^{٢} + ٨ س + ٩	④ ٩س^{٢} + ٨س + ٤
٢٧/ ثلاثية حدود تشكل مربعا كامل	
① ٥س^{٢} + ٨س + ٣	② س^{٢} + ٨س + ٥
③ س^{٢} + ١٨ س + ٨١	④ ٩س^{٢} + ٨س + ٤
٢٨/ ثلاثية الحدود التالية ٤س^{٢} - ٢٠س + ٢٥ تشكل مربع كامل وتحليلها هو	
① (٢س +٥)^{٢}	② (٢س –٥)^{٢}
③ (٢س + ٣)^{٢}	④ (٢س – ٣)^{٢}
٢٩/ ثلاثية الحدود التالية ٩س^{٢} - ٢٤س + ١٦ تشكل مربع كامل وتحليلها هو	
① (٢س +٥)^{٢}	② (٢س –٥)^{٢}
③ (٢س + ٣)^{٢}	④ (٣س –٤)^{٢}

٣٠/ ثلاثية الحدود التالية $س^{٢} - ١٠س + ٢٥$ تشكل مربع كامل وتحليلها هو	
① $(س + ٥)^{٢}$	② $(س - ٥)^{٢}$
③ $(٢س + ٥)^{٢}$	④ $(٣س - ٤)^{٢}$
٣١/عند حل المعادلة $(س + ٣)^{٢} = ٩$ أولا	
①أولا خاصية الجذر التربيعي	② أولا طرح ٣ من الطرفان
③ أولا طرح ٥ من الطرفان	④ أولا خاصية الضرب الصفري
٣٢/عند حل المعادلة $(س - ٧)^{٢} = ٣$ أولا	
①أولا خاصية الجذر التربيعي	② أولا طرح ٣ من الطرفان
③ أولا أضيف ٧ من الطرفان	④ أولا خاصية الضرب الصفري
٣٣/حل المعادلة $(س + ٤)^{٢} = ٥$ هما الجذران	
① ٤ و -٤	② ٥ و -٥
③ $+\sqrt{٥} - ٤$ و $-\sqrt{٥} - ٤$	④ $+\sqrt{٥} - ٤$ و $-\sqrt{٥} - ٤$
٣٤/حل المعادلة $(س - ٧)^{٢} = ٣$ هما الجذران	
① ٤ و -٤	② ٥ و -٥
③ $+\sqrt{٣} + ٧$ و $-\sqrt{٣} + ٧$	④ $+\sqrt{٣} + ٧$ و $-\sqrt{٣} + ٧$

قارن بين :

الكمية الأولى	الكمية الثانية
$٢^{٢٢٢} + ٣^{٣٣٣}$	$٥^{٥٥٥}$

قيمة $\frac{٥^{٧} + ٥^{٨}}{٥^{٧}}$

(أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ٩

إذا كانت $٣^{س+٩} + ٣^{س+٩} = ٣^{٢٠٢٣}$ ، فأوجد قيمة س .

أوجد قيمة ١٠٠ ٢ – ٩٩ ٢

أ) ١ ب) ٩٩ ج) ١٩٩ د) ١١٩٩

إذا كانت س ٢ = ص ٢ + ١٦ ، س + ص = ٨ ، أوجد قيمة س – ص

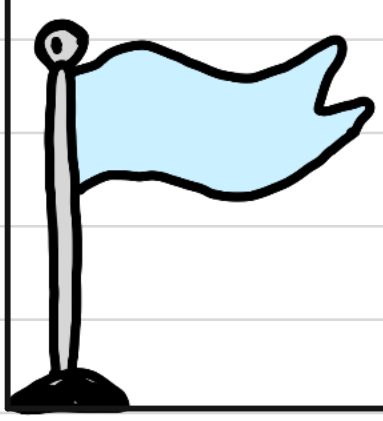
قارن بين :

الكمية الأولى الكمية الثانية

٧٧٧ ٢ – ٣٣٣ ٢ ٤٤٤ ٢

هامش

اسم الدرس	التاريخ		
حل نظام من معادلتين خطيتين بياناً			
حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض			
حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع والطرح			
حل نظام من معادلتين خطيتين باستعمال الضرب			
تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين			
ضرب وحيدات الحد			
قسمة وحيدات الحد			
كثيرات الحدود			
جمع كثيرات الحدود وطرحها			
ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود			
ضرب كثيرات الحدود			
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود			
تحليل وحيدات الحد			
استعمال خاصية التوزيع			
المعادلات التربيعية : $س^{٢} + ب س + ج = .$			
المعادلات التربيعية : $أ س^{٢} + ب س + ج = .$			
المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين			
المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة			



الهيكل